Chapitre 8 : Factorisation et résolution

[1 Isoler une variable dans un calcul 2](#_Toc157936113)

[2 Distributivité 2](#_Toc157936114)

[2.1 Utiliser la distributivité pour faire un développement 2](#_Toc157936115)

[2.2 Utiliser la distributivité pour faire une factorisation 3](#_Toc157936116)

[3 Identités remarquables 4](#_Toc157936117)

[3.1 Une somme au carré 4](#_Toc157936118)

[3.2 Une différence au carré 4](#_Toc157936119)

[3.3 Une différence de deux carrés 5](#_Toc157936120)

[4 Equation « produit nul » 5](#_Toc157936121)

[5 Simplifier des quotients 6](#_Toc157936122)

[6 Equation « quotient nul » 7](#_Toc157936123)

[7 Inéquation produit et inéquation quotient 8](#_Toc157936124)

Chapitre 8 : Factorisation et résolution

# Isoler une variable dans un calcul

Il s’agit d’exprimer une grandeur en fonction des autres afin de la calculer.

**Exemple :** On sait que le volume d’un cône se calcule en fonction du rayon de sa base et de sa hauteur .

Mais il est aussi possible, en partant de cette formule, d’exprimer le rayon en fonction de et de  :

D’où la nouvelle formule :

Si l’énoncé précise que le volume du cône est et la hauteur est alors on peut calculer le rayon de la base :

Pour avoir la cohérence des unités, on met tout en .

On sait que donc

# Distributivité

## Utiliser la distributivité pour faire un développement

Développer un produit de facteurs consiste à le transformer en somme (ou différence) de termes.

* Distributivité simple.

où , et sont des réels.

**Exemple :** Développer .

*Réponse*

* Distributivité double.

où , et sont des réels.

**Exemple :** Développer .

*Réponse*

Remarque :

On regroupe les puissances de identiques et on écrit le résultat dans l’ordre des puissances de décroissantes.

## Utiliser la distributivité pour faire une factorisation

Factoriser une somme (ou différence) de termes consiste à la transformer en produit de facteurs.

* Distributivité simple.

où , et sont des réels.

**Exemple 1 :** Factoriser .

*Réponse*

On remarque le facteur commun dans les deux termes de la somme. On peut donc le factoriser :

Puis on simplifie :

**Exemple 2 :** Factoriser .

*Réponse*

On remarque le facteur commun dans les deux termes de la somme. On peut donc le factoriser :

Puis on simplifie :

# Identités remarquables

Trois identités remarquables sont à connaitre.

## Une somme au carré

Pour tous réels et on a :

**Exemple :** Factoriser

*Réponse*

On remarque que et que .

Il se peut donc que avec

donne bien .

Donc :

## Une différence au carré

Pour tous réels et on a :

**Exemple :** Factoriser

*Réponse*

On remarque que et que .

Il se peut donc que avec

donne bien .

Donc :

## Une différence de deux carrés

Pour tous réels et on a :

Finalement :

**Exemple :** Factoriser

*Réponse*

On remarque que et que .

donc est de la forme avec et .

Donc se factorise en :

# Equation « produit nul »

Une équation « produit nul » est de la forme :

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l’un au moins des facteurs est nul.

**Exemple 1 :** Résoudre dans l’équation

*Réponse*

ou

ou

L’ensemble des solution

**Exemple 2 :** Résoudre dans l’équation

*Réponse*

Il faut d’abord factoriser pour avoir une équation produit. On peut utiliser une identité remarquable.

Puis on factorise en utilisant le facteur commun :

ou

ou

L’ensemble des solution

# Simplifier des quotients

**Exemple 1 :** Simplifier l’expression

*Réponse*

Il faut d’abord écrire la condition pour un quotient. On ne peut pas diviser par zéro, donc il y a une condition :

Ensuite on factorise et on simplifie si possible :

On divise le numérateur et le dénominateur par .

pour tout

**Exemple 2 :** Mettre sous la forme d’un seul quotient l’expression

*Réponse*

Il faut d’abord écrire les conditions pour un quotient. On ne peut pas diviser par zéro, donc il y a deux conditions :

et

Ensuite on met sur le même dénominateur les deux fractions :

On peut ensuite les additionner :

# Equation « quotient nul »

Un quotient de facteurs est nul si et seulement si **le numérateur est nul** et le dénominateur non nul.

**Exemple 1 :** Résoudre dans l’équation

*Réponse*

Condition :

ou

ou

La condition est respectée par ces deux valeurs donc l’ensemble des solution

**Exemple 2 :** Résoudre dans l’équation

*Réponse*

Condition :

ou

ou

La condition n’est pas respectée par une des deux valeurs donc l’ensemble des solution

**Exemple 3 :** Résoudre dans l’équation

*Réponse*

Condition :

On fait d’abord apparaitre dans un des membres de l’équation :

.

On met sur un même dénominateur :

.

.

.

.

La condition est respectée par cette valeur donc l’ensemble des solution

# Inéquation produit et inéquation quotient

Elles sont de la forme :

ou

On peut avoir dans l’inéquation à résoudre.

Elles se résolvent en faisant un tableau de signes qui utilise la règle des signes du produit (ou du quotient) de deux nombres relatifs :

- Des facteurs de même signe donnent un produit (ou un quotient) positif ;

- Des facteurs de signes contraires donnent un produit (ou un quotient) négatif.

**Exemple 1 :** Résoudre dans l’inéquation

On place dans la première ligne l’ensemble de résolution et les valeurs de qui annulent chaque facteur.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| Signe de |  |  |  |  |  |  |  |
| Signe de |  |  |  |  |  |  |  |
| Signe de |  |  |  |  |  |  |  |
| Signe de |  |  |  |  |  |  |  |

On lit sur la dernière ligne que est négatif (donc inférieur ou égal à zéro) lorsque .

L’ensemble des solutions de l’inéquation est .

**Exemple 2 :** Résoudre dans l’inéquation .

*Réponse*

Condition :

On dit que est une valeur « interdite » au sens où il n’est pas possible de calculer la valeur de pour . La valeur interdite est signalée par une double barre dans la dernière ligne du tableau de signes.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| Signe de |  |  |  |  |  |  |  |
| Signe de |  |  |  |  |  |  |  |
| Signe de |  |  |  |  |  |  |  |
| Signe de |  |  |  |  |  |  |  |

On lit sur la dernière ligne que est négatif (donc inférieur ou égal à zéro) lorsque .

L’ensemble des solutions de l’inéquation est .