Chapitre 2 : Repérage dans le plan

[1 Repère orthonormé et notation des coordonnées 2](#_Toc76227506)

[2 Coordonnées du milieu d'un segment 2](#_Toc76227507)

[2.1 Découverte 2](#_Toc76227508)

[2.2 Formule des coordonnées du milieu 3](#_Toc76227509)

[2.3 Application 3](#_Toc76227510)

[3 Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme 4](#_Toc76227511)

[3.1 Recherche de la méthode 4](#_Toc76227512)

[3.2 Exemple 4](#_Toc76227513)

[4 Coordonnées d'un point obtenu par symétrie centrale 5](#_Toc76227514)

[4.1 Symétrie centrale 5](#_Toc76227515)

[4.2 Exemple 5](#_Toc76227516)

[4.3 Calculer les coordonnées du quatrième sommet d'un parallélogramme 7](#_Toc76227517)

[5 Calculer une distance dans un repère orthonormé 8](#_Toc76227518)

[5.1 Découverte 8](#_Toc76227519)

[5.2 Formule de la distance entre deux points 9](#_Toc76227520)

[5.3 Démontrer la nature d'un triangle 9](#_Toc76227521)

[5.4 Démontrer la nature d'un parallélogramme 10](#_Toc76227522)

Chapitre 2 : Repérage dans le plan

# Repère orthonormé et notation des coordonnées

1,5 cm

1,5 cm

unités de longueur

Origine

Axe des abscisses

Axe des ordonnées

Le repère représenté ci-dessus est le repère où est **l'origine** du repère et et sont les points associés aux **graduations sur l'axe des abscisses** **et sur** **l'axe des ordonnées**

Le repère est orthonormé ce qui signifie :

L'unité de longueur pour ce graphique est .

Cela signifie que l'on place la graduation à de la graduation .

On dit : "On considère le repère orthonormé d'unité 1,5 cm."

Dans ce repère, le point a pour coordonnées . On note **.**

* est l'abscisse de . On note
* est l'ordonnée de . On note

On aurait pu choisir une autre unité de longueur pour faire le graphique.

# Coordonnées du milieu d'un segment

## Découverte

On se place dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.

Conjecturer[[1]](#footnote-1) les coordonnées du point qui est le milieu du segment dans les cas suivants :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| et | et | et |
|  |  |  |

*Réponse :* Il semble que :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Pour et | Pour et | Pour et |
| on a le milieu . | on a le milieu . | on a le milieu . |

## Formule des coordonnées du milieu

Si dans un repère on a et alors le milieu du segment a pour coordonnées : .

Autrement dit, **les coordonnées du milieu sont les moyennes** des coordonnées des points.

## Application

On donne dans un repère orthonormé les points et . Calculer les coordonnées de le milieu de .

*Réponse :*

.

Donc .

# Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

## Recherche de la méthode

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Propriétés supplémentaires** |  |
|  |  |  |
| ***Quadrilatère quelconque*** |  | ***Parallélogramme*** |

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme, il existe plusieurs méthodes :

ou

ou

ou

C'est cette dernière méthode que nous allons utiliser.

## Exemple

Dans un repère orthonormé on considère les points :

et . Démontrer que le quadrilatère est un parallélogramme.

*Réponse :*

On pose le milieu de et le milieu de .

Calcul des coordonnées de

.

Donc .

Calcul des coordonnées de

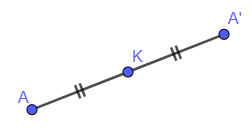
.

Donc .

Les points et ont les mêmes coordonnées. Donc ils sont confondus. Donc les diagonales du quadrilatère ont le même milieu. Donc est un parallélogramme.

# Coordonnées d'un point obtenu par symétrie centrale

## Symétrie centrale



est l'image de par la symétrie de centre . est alors le milieu du segment .

## Exemple

Soit et dans un repère orthonormé. On appelle le symétrique de par la symétrie de centre . Calculer les coordonnées de .

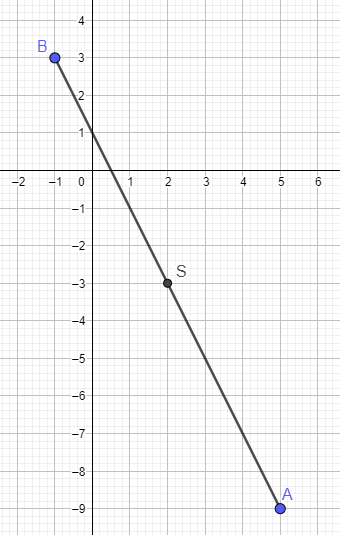
*Réponse :*



et . Les propositions[[2]](#footnote-2) suivantes sont équivalentes :

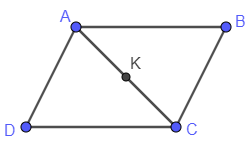
* est le symétrique de par la symétrie de centre
* est le milieu du segment

Donc . On peut vérifier le résultat graphiquement :



## Calculer les coordonnées du quatrième sommet d'un parallélogramme

Soit et dans un repère orthonormé. Calculer les coordonnées du point tel que soit un parallélogramme.



***Ceci est un schéma de principe et non le schéma réel***

*Réponse :*

est un parallélogramme. Appelons son centre.

Calculons les coordonnées de .

est le milieu du segment

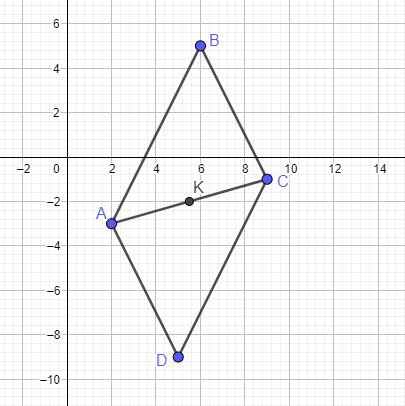
Donc

Les propositions suivantes sont équivalentes :

* est le symétrique de par rapport à .
* est le milieu du segment

Donc

On peut vérifier le résultat graphiquement :



# Calculer une distance dans un repère orthonormé

## Découverte

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| C |  |  |
| dans un repère d'unité 1 cm |  | dans un repère d'unité 1,5 cm |

* La longueur est fixe en **u**nité de **l**ongueur (u. l.) mais pas en cm.

La formule que nous cherchons permet de calculer **la distance en unité de longueur**.

Cherchons une valeur approximative de avec la règle.

On trouve  **sur les deux schémas**.

* Calculons en grâce au théorème de Pythagore dans le triangle rectangle en .

La distance, quelle que soit l'échelle graphique, est . Mais, si on connait la valeur de l'unité de longueur en cm, alors on peut calculer la longueur en cm :

* Sur le schéma 1 on a car
* Sur le schéma 2 on a car

## Formule de la distance entre deux points

Soit deux points et dans un repère **orthonormé**.

La distance est donnée par la formule :

***Remarque :***

Dans le calcul , **la somme est prioritaire** car .

Les parenthèses sont sous-entendues.

On rappelle que et donc

## Démontrer la nature d'un triangle

* Calculer les trois côtés.
* Regarder si certaines propriétés sont vérifiées :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Triangle **quelconque** | Triangle **rectangle** | Triangle **isocèle** | Triangle **équilatéral** |
|  |  |  |  |
| Aucune propriété particulière. | Il a un angle droit. | Il a deux côtés de même longueur. | Il a trois côtés de même longueur. |
|  | * Montrer que | * Montrer que. | * Montrer que  et . |

## Démontrer la nature d'un parallélogramme

* Calculer deux côtés *consécutifs* et les diagonales.
* Regarder si certaines propriétés sont vérifiées :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Parallélogramme **quelconque** | **Rectangle** | **Losange** | **Carré** |
|  |  |  |  |
| Aucune propriété particulière. | Diagonales de même longueur. | Côtés *consécutifs* de même longueur. | A la fois rectangle et losange. |
|  | * Montrer que. | * Montrer que. | * Montrer que  et . |

***Remarque :***

* Si, dans un exercice **on part d'un quadrilatère quelconque**, alors il faut **d'abord démontrer que c'est un parallélogramme** en suivant la méthode vue au §3.1.
* Puis on applique la méthode ci-dessus pour démontrer que c'est un rectangle, un losange ou un carré.

1. **Conjecturer :** émettre une conjecture c’est-à-dire faire une supposition. [↑](#footnote-ref-1)
2. **Proposition :** Affirmation [↑](#footnote-ref-2)