N°15054

- 1er cas : une fonction f avec un *cosinus*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -8\cos(4x)$.

Déterminer la primitive F de f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(-\frac{1}{4}\pi) = 3$.

$$\boxed{3 - 2sin(4x)}$$

Correct

Solution

Pour trouver une primitive de cos $(u(x))$, on part de sin $(u(x))$

Si $G(x) = \sin(4x)$ alors $G'(x) = 4\cos(4x)$ (on utilise la formule $(\sin(u))' = u'\cos(u)$ avec $\begin{cases} u(x) = 4x \\ u'(x) = 4 \end{cases}$)

On corrige le facteur 4 en multipliant par $\frac{1}{4}$

Si $G(x) = \frac{1}{4}\sin(4x)$ alors $G'(x) = \cos(4x)$

Donc si $G(x) = \frac{-8}{4}\sin(4x)$ alors $G'(x) = -8\cos(4x)$

Donc l'ensemble des primitives de f sont les fonctions H définies sur $\mathbb{R}$ par $H(x) = -2\sin(4x) + k,\ \ k \in \mathbb{R}$.

La condition $F\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 3$ permet de déterminer la valeur de la constante réelle k :

$-2\sin\left(4 \times -\frac{\pi}{4}\right) + k = 3$

$-2\sin(-\pi) + k = 3$

$-2 \times 0 + k = 3$

$k = 3$

Donc $F(x) = \mathbf{-2\sin(4x) + 3}$

N°15054

- 2e cas : une fonction f avec un $sinus$

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5\sin(5x)$.

Déterminer la primitive F de f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(0) = -1$.

$$-cos(5x)$$

Correct

Solution

Pour trouver une primitive de $\sin(u(x))$, on part de $\cos(u(x))$

Si $G(x) = \cos(5x)$ alors $G'(x) = -5\sin(5x)$ (on utilise la formule $(\cos(u))' = -u'\sin(u)$ avec $\begin{cases} u(x) = 5x \\ u'(x) = 5 \end{cases}$)

On corrige le facteur -5 en multipliant par $-\frac{1}{5}$

Si $G(x) = -\frac{1}{5}\cos(5x)$ alors $G'(x) = \sin(5x)$

Donc si $G(x) = \frac{-5}{5}\cos(5x)$ alors $G'(x) = 5\sin(5x)$

Donc l'ensemble des primitives de f sont les fonctions H définies sur $\mathbb{R}$ par $H(x) = -\cos(5x) + k,\ \ k \in \mathbb{R}$.

La condition $F(0) = -1$ permet de déterminer la valeur de la constante réelle k :

$-\cos(5 \times 0) + k = -1$

$-\cos(0) + k = -1$

$-1 + k = -1$

$k = 0$

Donc $F(x) = -\mathbf{cos(5x)}$