Chapitre 6 : Vecteurs 1

[1 Translations 2](#_Toc91922116)

[2 Vecteurs 3](#_Toc91922117)

[2.1 Définition 3](#_Toc91922118)

[2.2 Vecteurs égaux 4](#_Toc91922119)

[2.3 Notation 4](#_Toc91922120)

[2.4 Vecteurs particuliers 5](#_Toc91922121)

[3 Coordonnées d'un vecteur dans une base 5](#_Toc91922122)

[3.1 Repère : nouvelle notation 5](#_Toc91922123)

[3.2 Coordonnées d'un vecteur 6](#_Toc91922124)

[3.3 Égalité de deux vecteurs 6](#_Toc91922125)

[3.4 Coordonnées du vecteur 7](#_Toc91922126)

[4 Norme d'un vecteur 7](#_Toc91922127)

[5 Somme et différence de deux vecteurs 8](#_Toc91922128)

[5.1 Somme de deux vecteurs 8](#_Toc91922129)

[5.2 Différence de deux vecteurs 9](#_Toc91922130)

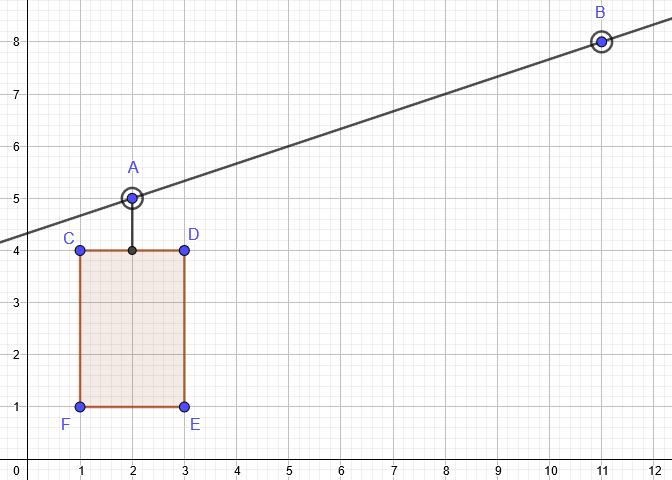
[5.3 Coordonnées de la somme et de la différence de deux vecteurs 9](#_Toc91922131)

Chapitre 6 : Vecteurs 1

# Translations

***Activité***

Une télécabine se déplace le long d'un câble de vers .



Dessiner ci-dessus la télécabine lorsqu'elle sera arrivée au terminus .

On appelle ce déplacement une **translation** de vers .

Déplacer une figure par une translation, c'est faire glisser cette figure *sans la faire tourner*.  
Pour décrire ce déplacement, il faut donc connaitre :

* la direction
* le sens
* la longueur

du parcours.

Pour cela on utilise un nouvel outil mathématique : les **vecteurs**.

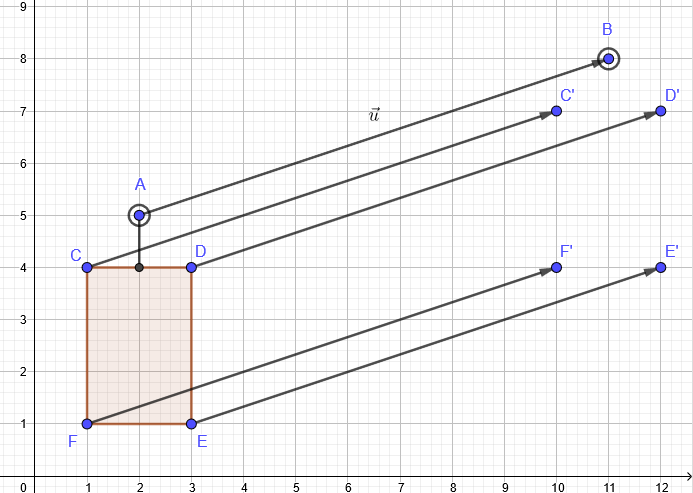
# Vecteurs

## Définition

Le vecteur est défini par :

* sa **direction**
* son **sens**
* sa **norme** (c'est la longueur du segment )

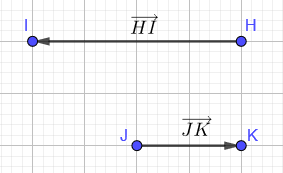
***Exemple 1***



Les vecteurs , , , , ont la **même direction, le même sens et la même norme.** Ils sont donc **égaux**.

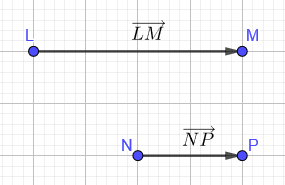
***Exemple 2***

Sur la figure ci-dessous les vecteurs et ont la même direction mais ont des **sens opposés.**



***Exemple 3***

Sur la figure ci-dessous les vecteurs et ont le même sens mais pas la même norme**.**



Dans l'exemple 1, on parle de translation de vecteur .

On dit que est l'origine du vecteur et son extrémité.

On dit que est l'image du point par la translation de vecteur .

## Vecteurs égaux

Deux vecteurs sont égaux s’ils ont la même direction, le même sens et la même norme.



= signifie que :

* et ont la même direction, c’est à dire que les droites et sont parallèles.
* et ont le même sens, c’est à dire que le sens est le même de vers que de vers .
* et ont la même norme, c’est à dire que . On note aussi .

= équivaut à est un parallélogramme.

## Notation

***Définition* :Le vecteuret ses représentants**

Lorsque , on dit que , , sont des représentants d'un même vecteur que l'on peut également noter avec une seule lettre minuscule indépendamment des deux points.

D'où

## Vecteurs particuliers

***Définition* : Vecteur nul**

Soit un point quelconque du plan.

Le vecteur est appelé **vecteur nul**.

Le vecteur nul est noté . Il n’a ni direction ni sens. Sa norme est égale à zéro.

***Remarque***

Soit et deux points du plan.

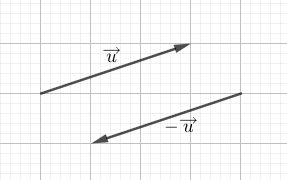
Le vecteur est égal au **vecteur nul** équivaut à et sont confondus.

***Définition* : Vecteur opposé**

Soit un vecteur non nul.

L'opposé du vecteur est le **vecteur noté** . Il a la même direction et la même norme que

mais a le *sens contraire* de .



# Coordonnées d'un vecteur dans une base

## Repère : nouvelle notation

Soit un repère orthonormé.

On pose = et = ainsi

Le repère s’écrit aussi

On dit que le repère **est un repère** orthonormé ou que **est une base** orthonormée.

Le **repère** sert pour des coordonnées de **points**. La **base** sert pour des coordonnées de **vecteurs**.

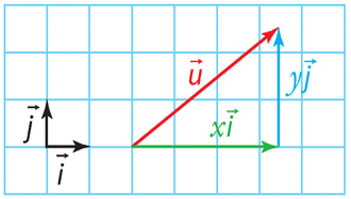
## Coordonnées d'un vecteur

***Propriété***

Tout vecteur du plan se décompose *de manière unique* sous la forme

oùet sont deux nombres réels.

est le couple de coordonnées du vecteur dans la baseorthonormée **.**



***Remarque***

Parfois, lorsqu'on veut préciser les notations, on note l'abscisse de et l'ordonnée de .

et **sont des réels.**

***Exemple***

Dans la base orthonormée ( ; ), on a ce que l'on peut aussi noter ou encore

Une image contenant texte, horloge

Description générée automatiquement

***Remarque***

Le vecteur nul a pour coordonnées .

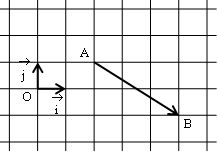
## Égalité de deux vecteurs

Dans une base orthonormée ( ; ), deux vecteurs et sont égaux si et seulement s'ils ont les mêmes coordonnées.

## Coordonnées du vecteur

Soit et dans le plan muni d'un repère .

Les coordonnées du vecteur sont

***Exemple***

Si et

alors

A

B

O

A

B

O

A

B

O

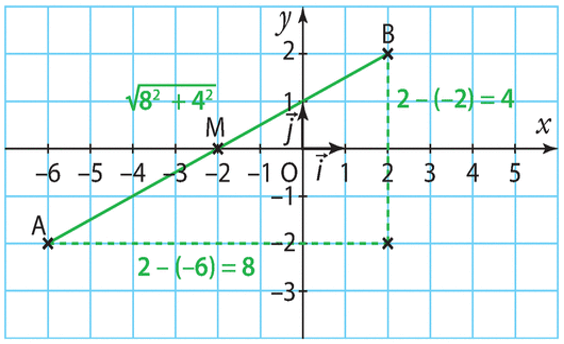
# Norme d'un vecteur

Dans une base orthonormée ( ; ),la norme d'un vecteur est

***Remarque***

On retrouve la formule déjà vue de la distance entre deux points *dans un repère orthonormé*.

***Exemple***

Dans le plan muni d'un repère on a : et . Calculer les coordonnées de puis la distance .

On calcule .

Donc d'où .

Calculons la distance à partir des coordonnées de .

.

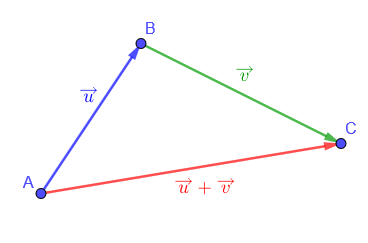
.

# Somme et différence de deux vecteurs

## Somme de deux vecteurs

***Propriété* : Relation de Chasles[[1]](#footnote-1)**

On définit la somme vectorielle comme étant le vecteur .



Ce vecteur correspond à la translation « bilan » que l’on obtient en faisant successivement les translations de vecteurs puis .

Autrement dit « aller de A vers B puis de B vers C, revient à aller directement de A vers C ».

***Construction géométrique* :**On déplace l’un ou l’autre ou les deux vecteurs *pour se ramener à une construction « bout à bout »* utilisant la relation de Chasles.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Étape 1 | Étape 2 | Étape 3 |
|  |  |  |

***Exemple* :** On considère quatre points

|  |
| --- |
|  |

Construire le vecteur

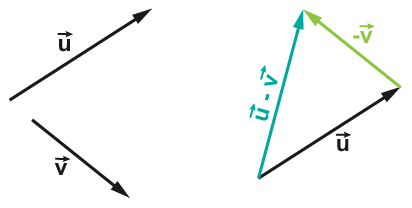
*Réponse :*

Pour construire une somme de vecteurs, on *se ramène à une construction « bout à bout ».*

|  |  |
| --- | --- |
| 1. On trace un représentant du 2e vecteur *en partant de l'extrémité du 1er vecteur.* | 2. On relie **l'origine du 1er** vecteur à **l'extrémité du 2e** vecteur |
| 1 |  |

2

## Différence de deux vecteurs

Soient et deux vecteurs.

On pose – = + (–).

Ainsi, ***soustraire un vecteur ,***

***c’est ajouter son opposé –*** ***.***

## Coordonnées de la somme et de la différence de deux vecteurs

Dans une base orthonormée ( ; ), soit et .

Les coordonnées du vecteur somme s'obtiennent en faisant la somme des coordonnées :

De même :

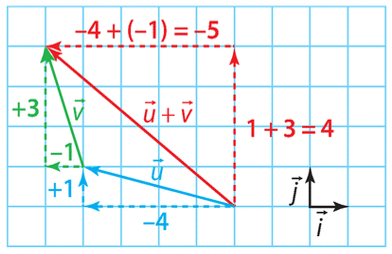
Les coordonnées du vecteur différence s'obtiennent en faisant la différence des coordonnées :

***Exemple***

Dans une base orthonormée ( ; ), soit et .

Alors

illustration :



1. **Michel CHASLES :** M[athématicien](https://fr.wikipedia.org/wiki/Math%C3%A9maticien) [français](https://fr.wikipedia.org/wiki/France), né le 15 novembre 1793 à [Épernon](https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89pernon) (en [Eure-et-Loir](https://fr.wikipedia.org/wiki/Eure-et-Loir)) et mort le 18 décembre 1880 à [Paris](https://fr.wikipedia.org/wiki/Paris). [↑](#footnote-ref-1)