CORRIGE BAC BLANC

EXERCICE 1 **(A faire uniquement par les élèves ne suivant pas l'enseignement de Spécialité) 5 points**

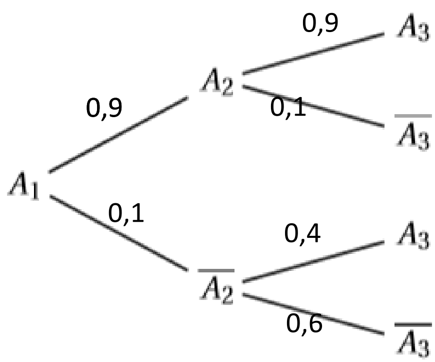
Un détaillant en fruits et légumes étudie l'évolution de ses ventes de melons afin de pouvoir anticiper ses commandes.

Le détaillant réalise une étude sur ses clients. Il constate que :

- **Parmi les clients qui achètent un melon une semaine donnée, 90 % d'entre eux achètent un melon la semaine suivante.**
- **Parmi les clients qui n'achètent pas de melon une semaine donnée, 60 % d'entre eux n'achètent pas de melon la semaine suivante.**

On choisit au hasard un client ayant acheté un melon au cours de la semaine 1 et, pour n $\geq$ 1, on note A_n l'évènement : « le client achète un melon au cours de la semaine ».
On a ainsi $p(A_1) = 1$.

1. **a. Reproduire et compléter l'arbre de probabilités ci-contre, relatif aux trois premières semaines.**



On complète l'arbre de probabilités relatif aux trois premières semaines.

b. Démontrer que $p(A_3) = 0,85$.

D'après la formule des probabilités totales :

$$P(A_3) = P(A_2 \cap A_3) + P(\overline{A_2} \cap A_3)$$
$$= 0{,}9 \times 0{,}9 + 0{,}1 \times 0{,}4$$
$$= 0{,}81 + 0{,}04$$
$$= 0{,}85$$

c. Sachant que le client achète un melon au cours de la semaine 3, quelle est la probabilité qu'il en ait acheté un au cours de la semaine 2 ? *Arrondir au centième.*

Sachant que le client achète un melon au cours de la semaine 3, la probabilité qu'il en ait acheté un au cours de la semaine 2 est : $P_{A_3}(A_2) = \frac{P(A_2 \cap A_3)}{A_3} = \frac{0{,}9 \times 0{,}9}{0{,}85} \approx 0{,}95$

2. **Démontrer que pour tout entier $n \geq 1$: $p_{n+1} = 0,5p_n + 0,4$.**

$$p_{n+1} = p_n \times 0{,}9 + (1 - p_n) \times 0{,}4$$
$$= 0{,}9p_n + 0{,}4 - 0{,}4p_n$$
$$= 0{,}5p_n + 0{,}4$$

3. **a. Démontrer par récurrence que, pour tout entier $n \geq 1$: $p_n > 0,8$**

- Initialisation : $p_1 = 1$ donc $p_1 > 0{,}8$ donc la propriété est vraie au rang 1.
- Hérédité : Soit un entier naturel k >1 tel que la propriété soit vraie au rang k, soit $p_k > 0{,}8$.

On va démontrer que la propriété est vraie au rang $k+1$, $p_{k+1} > 0{,}8$

$$p_k > 0{,}8 \quad \text{(hypothèse de récurrence)}$$
$$0{,}5p_k + 0{,}4 > 0{,}5 \times 0{,}8 + 0{,}4$$
$$p_{k+1} > 0{,}4 + 0{,}4$$
$$p_{k+1} > 0{,}8$$

La propriété est donc vraie au rang k+1.

- Conclusion La propriété est initialisée et elle est héréditaire, donc d'après le principe de récurrence, pour tout n entier non nul, $p_n > 0{,}8$.

b. Démontrer que la suite (p_n) est décroissante.

On sait que pour tout entier $n \geq 1$: $p_{n+1} = 0{,}5p_n + 0{,}4$.

Donc $p_{n+1} - p_n = 0{,}5p_n + 0{,}4 - p_n = -0{,}5p_n + 0{,}4$

On a montré que pour tout entier $n \geq 1$, $p_n > 0{,}8$ d'où $-0{,}5p_n + 0{,}4 < -0{,}5 \times 0{,}8 + 0{,}4$

$$-0{,}5p_n + 0{,}4 < 0$$

donc la suite (p_n) est strictement décroissante.

c. La suite (p_n) est-elle convergente ?

Pour tout n entier non nul, $p_n > 0{,}8$,la suite (p_n) est minorée par 0,8.

et la suite (p_n) est décroissante.

Donc on peut déduire que la suite (p_n) est convergente.

4. On pose pour tout entier $n \geq 1$: $v_n = p_n - 0{,}8$

a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on donnera le premier terme v_1 et la raison.

$$v_n = p_n - 0{,}8$$
$$v_{n+1} = p_{n+1} - 0{,}8$$
$$v_{n+1} = 0{,}5p_n + 0{,}4 - 0{,}8$$
$$v_{n+1} = 0{,}5p_n - 0{,}4$$
$$v_{n+1} = 0{,}5\left(p_n - \frac{0{,}4}{0{,}5}\right)$$
$$v_{n+1} = 0{,}5(p_n - 0{,}8)$$
$$v_{n+1} = 0{,}5v_n$$

Donc la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 0{,}5$ et de premier terme v_1=0,2.

b. Exprimer v_n en fonction de n.

$v_n = 0{,}2 \times 0{,}5^{n-1}$ or $v_n = p_n - 0{,}8$ donc $p_n = v_n + 0{,}8$ d'où $p_n = 0{,}8 + 0{,}2 \times 0{,}5^{n-1}$

c. Déterminer la limite de la suite (p_n).

La suite (v_n) est géométrique de raison 0,5 et $-1 < 0{,}5 < 1$ donc la suite (v_n) est convergente vers 0 or pour tout entier $n \geq 1$, $p_n = v_n + 0{,}8$ donc la suite (p_n) est convergente et a pour limite 0,8.

EXERCICE 2 (Commun à tous les élèves) 5 points

On note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels.

Partie A

Soit f_2 la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f_2(x) = (x+2)e^{-x}$$

La courbe représentative de f_2, notée C_2, est tracée dans un repère orthonormé sur l'ANNEXE à rendre avec la copie.

Aucune justification ni aucun calcul ne sont attendus dans cette partie.

1. **Conjecturer les limites de f_2 en $-\infty$ et $+\infty$.**

   On peut conjecturer que la limite de f_2 au voisinage de moins l'infini est moins l'infini et que la limite au voisinage de plus l'infini est 0.

2. **Conjecturer le tableau de variations de f_2 à l'aide du graphique.**

   f_2 semble être croissante sur $]-\infty; -1]$ puis décroissante sur $[-1 ; +\infty[$.

3. **Soit T_2 la tangente à la courbe C_2, au point d'abscisse 0. Tracer cette tangente sur l'ANNEXE à rendre avec la copie, puis en conjecturer une équation par lecture graphique.**

   Voir le tracé de la tangente sur l'annexe. Une équation de $\boldsymbol{T_2}$ doit être $y = 2 - x$.

Partie B

Pour tout réel m, on note f_m la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f_m(x) = (x+m)e^{-x}$$

et C_m sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. **Calculer les limites de f_m en $-\infty$ et $+\infty$.**

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty}(-x) = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} e^{x} = +\infty\end{array}\right\} \text{donc } \lim_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty}(x+m) = -\infty\end{array}\right\} \text{donc par produit } \boxed{\lim_{x\to-\infty}(x+m)e^{-x} = -\infty}$$

$$f_m(x) = (x+m)e^{-x} = \frac{x}{e^x} + \frac{m}{e^x}$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^x}\right) = 0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{m}{e^x} = 0\end{array}\right\} \text{donc par somme } \boxed{\lim_{x\to+\infty}(x+m)\,e^{-x} = 0}$$

C_m admet pour asymptote : $y = 0$

2. **On admet que f_m est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f'_m sa dérivée.**

   Montrer que, pour tout réel x, $f'_m(x) = (-x-m+1)e^{-x}$.

$$f'(x) = e^{-x} + (x+m)(-e^{-x}) = e^{-x}(1-(x+m)) = e^{-x}(1-x-m)$$

3. **En déduire les variations de f_m sur $\mathbb{R}$.**

On sait que $e^{-x} > 0$ sur $\mathbb{R}$ donc le signe de $f'(x)$ est donné par le signe de $(1 - x - m)$

x	$-\infty$		$1-m$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f	$-\infty$	↗	e^{1-m}	↘	0

4. a. **Pour tout réel m, on note T_m la tangente à la courbe C_m au point d'abscisse 0.**

Démontrer que T_m a pour équation réduite : $y = (1-m)x + m$.

$$T_m : \; y = f'(0)(x-0) + f(0) = (1-m)x + m$$

b. **Démontrer que toutes les droites T_m passent par un même point dont on précisera les coordonnées.**

On voit facilement que si $x = 1$, alors $y = 1$

$(1-m) \times 1 + m = 1 - m + m = 1$ donc toutes les droites T_m contiennent le point de coordonnées $(1\,;1)$

5. **Étudier le signe de $f_m(x)$ pour tout réel x.**

$$f_m(x) = (x+m)e^{-x}$$

On sait que $e^{-x} > 0$ sur $\mathbb{R}$ donc le signe de $f(x)$ est donné par le signe de $(x+m)$

$$x + m < 0 \quad si \quad x < -m \qquad donc \quad f(x) < 0 \; sur \quad]-\infty; -m[$$

$$x + m > 0 \quad si \quad x > -m \qquad donc \quad f(x) > 0 \; sur \quad]-m; +\infty[$$

$$x + m = 0 \quad si \quad x = -m \qquad donc \quad f(x) = 0 \quad pour \; x = -m$$

EXERCICE 3 (Commun à tous les élèves) **5 points**

1. **Résoudre dans C l'équation $(z^2 - 2z + 4)(z^2 + 4) = 0$.**

$(z^2 - 2z + 4)(z^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow (z^2 - 2z + 4) = 0 \ \ ou \ \ (z^2 + 4) = 0.$

- Posons $(z^2 - 2z + 4) = 0$. Soit Δ le discriminant de $z^2 - 2z + 4$

$$\Delta = 2^2 - 4 \times 4 = -12$$

Cette équation admet deux solutions complexes, z_1 et son conjugué z_2.

$z_1 = \frac{2 - i\sqrt{12}}{2} = 1 - i\sqrt{3}$ et $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$

- Posons $(z^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow z^2 = -4$

Cette équation admet deux solutions z_3 et son conjugué z_4.

$z_3 = i\sqrt{4} = 2i$ et $z_4 = -2i.$

Conclusion : $S = \{1 - i\sqrt{3}\,; 1 + i\sqrt{3}\,; -2i\,; 2i\}$

2. **On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_B = 2i$.**

 a. **Écrire z_A et z_B sous forme exponentielle et justifier que les points A et B sont sur un cercle de centre O dont on précisera le rayon.**

$z_A = 1 + i\sqrt{3}$ $\quad |z_A| = \sqrt{1^2 + 3} = 2$

$cos(\theta) = \frac{1}{2}$ $et\ sin(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ donc $\theta = \frac{\pi}{3}$

$$z_A = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$$

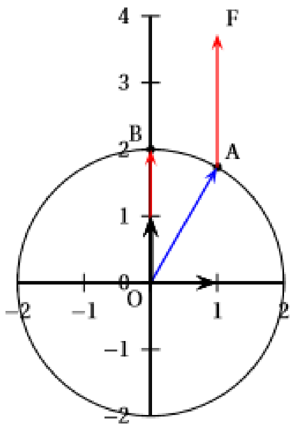
$z_B = 2i$ $\quad |z_B| = 2$

$cos(\theta) = 0$ $et\ sin(\theta) = 1$ donc $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$z_B = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$$

On a donc avec les modules $OA = OB = 2$: A et B appartiennent au cercle de centre O et de rayon 2.

 b. **Faire une figure et placer les points A et B**



 c. **Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.**

$$(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = arg\frac{z_B}{z_A} = arg\frac{2e^{i\frac{\pi}{2}}}{2e^{i\frac{\pi}{3}}} = arg\left(e^{i\frac{\pi}{2} - i\frac{\pi}{3}}\right) = arg\left(e^{i\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right)}\right) = arg\left(e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)}\right)$$

$$(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{6}$$

3. On note F le point d'affixe $z_F = z_A + z_B$.

a. Placer le point F sur la figure précédente. Montrer que OAFB est un losange.

F se construit par la méthode du parallélogramme; or on a vu que OA = OB : le parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un losange de côtés de mesure 2.

b. En déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OF})$ puis de l'angle $(\vec{u}, \overrightarrow{OF})$.

OAFB est un parallélogramme et OA = OB = 1, donc deux de ses côtés consécutifs ont même longueur , OAFB est donc un losange, donc la droite (OF) (diagonale du losange) est la bissectrice de l'angle $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ donc $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OF}) = \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12}$.

$$(\vec{u}, \overrightarrow{OF}) = (\vec{u}, \overrightarrow{OA}) + (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OF}) = \arg(z_A) + \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}$$

Calculer le module de z_F et en déduire l'écriture de z_F sous forme trigonométrique.

$$z_F = z_A + z_B = 1 + i\sqrt{3} + 2i = 1 + i(\sqrt{3} + 2)$$

$$|z_F| = \sqrt{1 + (\sqrt{3} + 2)^2} = \sqrt{1 + (3 + 2 \times 2\sqrt{3} + 4)} = \sqrt{8 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{4(2 + \sqrt{3})} = 2\sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

$$\arg(z_F) = arg(\vec{u}, \overrightarrow{OF}) = \frac{5\pi}{12}$$

Donc $z_F = 2\sqrt{2 + \sqrt{3}}\left(cos\frac{5\pi}{12} + i\ sin\frac{5\pi}{12}\right)$

c. **En déduire la valeur exacte de $cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{a}{|z|}$** $(z = a + ib)$

$$cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2 + \sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{1}{4(2 + \sqrt{3})}} = \sqrt{\frac{(2 - \sqrt{3})}{4(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4\left(2^2 - (\sqrt{3})^2\right)}}$$

$$cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4(4 - 3)}} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

4. Deux modèles de calculatrice de marques différentes donnent pour l'une :

$$cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} \quad \text{et pour l'autre} \quad cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

Ces résultats sont-ils contradictoires ? Justifier la réponse.

$$(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 = 6 - 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{2} + 2 = 8 - 2\sqrt{12} = 8 - 2 \times 2\sqrt{3} = 4(2 - \sqrt{3})$$

$$\left(\sqrt{2 - \sqrt{3}}\right)^2 = 2 - \sqrt{3}$$

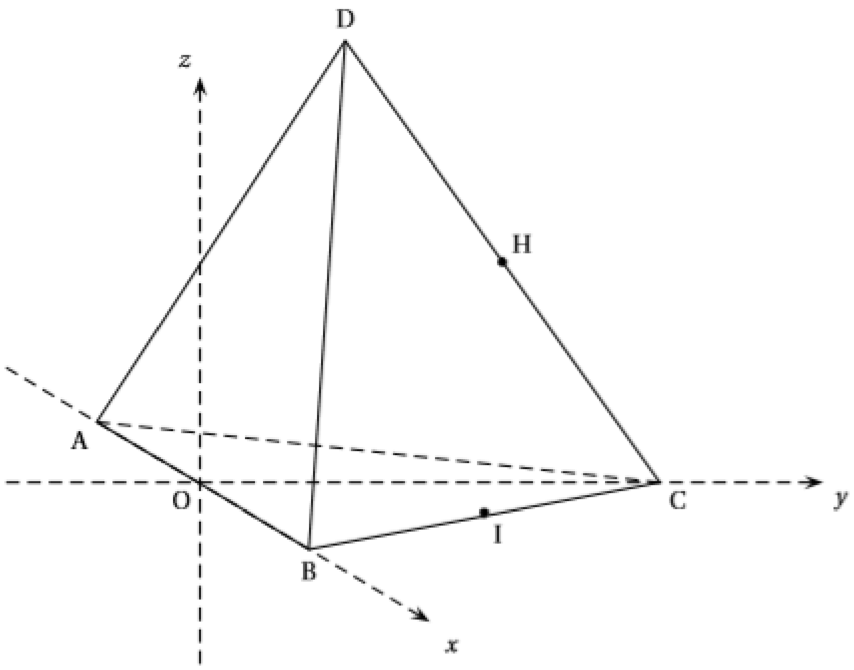
Donc $\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)^2$ **d'où** $cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

EXERCICE 4 (Commun à tous les élèves) 5 points

On se place dans un repère orthonormé d'origine O et d'axes $(\boldsymbol{Ox}), (\boldsymbol{Oy}) \boldsymbol{et} (\boldsymbol{Oz})$.

Dans ce repère, on donne les points $\boldsymbol{A(-3;\ 0;\ 0), B(3; 0;\ 0), C(0;\ 3\sqrt{3}; 0) et\ D(0\ ;\ \sqrt{3}\ ;\ 2\sqrt{6})}$.

On note H le milieu du segment $[\boldsymbol{CD}]$ et I le milieu du segment $[\boldsymbol{BC}]$.



1. **Calculer les longueurs AB et AD.**

On a $AB = \sqrt{(3+3)^2 + 0^2 + 0^2} = 6$ et $AD = \sqrt{3^2 + \sqrt{3}^2 + (2\sqrt{6})^2} = 6.$

On a donc $AB = AD = 6$

On admet pour la suite que toutes les arêtes du solide ABCD ont la même longueur, c'est-à-dire que le tétraèdre ABCD est un tétraèdre régulier.

On appelle *P* le plan de vecteur normal $\overrightarrow{\boldsymbol{OH}}$ et passant par le point I.

2. **Étude de la section du tétraèdre ABCD par le plan *P*.**

   a. **Montrer qu'une équation cartésienne du plan *P* est : $\boldsymbol{2y\sqrt{3} + z\sqrt{6} - 9 = 0}$**

H a pour coordonnées $x = \frac{3}{2},\ \ y = \frac{\sqrt{3}}{2}\ \ et\ z = \sqrt{6}$ donc $\overrightarrow{OH}\begin{pmatrix} 0 \\ 2\sqrt{3} \\ \sqrt{6} \end{pmatrix}$

I a pour coordonnées $x = \frac{3}{2},\ \ y = \frac{3\sqrt{3}}{2}\ \ et\ z = 0$

$P\ : 0x + 2\sqrt{3}y + \sqrt{6}z + d = 0$

$I \in P\ donc\ \ 2\sqrt{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} + \sqrt{6} \times 0 + d = 0 \Leftrightarrow 9 + d = 0 \Leftrightarrow d = -9$

$P\ : 2y\sqrt{3} + z\sqrt{6} - 9 = 0$

b. Démontrer que le milieu J de [BD] est le point d'intersection de la droite (BD) et du plan *P*.

$J = m[\mathrm{BD}]$ donc il a pour coordonnées $x = \frac{3}{2}$, $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $et\ z = \sqrt{6}$

et si $J \in P$ alors ses coordonnées vérifient l'équation de P : $2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{6} \times \sqrt{6} - 9 = 3 + 6 - 9 = 0$

J est donc le point d'intersection de la droite (BD) et du plan *P*.

c. Donner une représentation paramétrique de la droite (AD), puis démontrer que le plan *P* et la droite (AD) sont sécants en un point K dont on déterminera les coordonnées.

$$A(-3; 0; 0)\ , D\left(0; \sqrt{3}; 2\sqrt{6}\right)\ \ et\ \ \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 3 \\ \sqrt{3} \\ 2\sqrt{6} \end{pmatrix}$$

$$M(x; y; z) \in (AD) \Leftrightarrow Il\ existe\ t\ réel\ tel\ que\ \overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = t\sqrt{3} \\ z = 2t\sqrt{6} \end{cases}$$

P et (AD) sont sécants ssi il existe un point dont les coordonnées vérifient l'équation du plan et celle de la droite.

On pose : $2t\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 2t\sqrt{6} \times \sqrt{6} - 9 = 0 \Leftrightarrow 6t + 12t - 9 = 0 \Leftrightarrow 18t = 9 \Leftrightarrow t = 0{,}5$

K est donc le point d'intersection de P et (AD) et ses coordonnées sont :

$$x = -\frac{3}{2} \qquad y = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad z = \sqrt{6}$$

d. Démontrer que les droites (IJ) et (JK) sont perpendiculaires.

$$I\left(\frac{3}{2}; \frac{3\sqrt{3}}{2}; 0\right) \qquad J\left(\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; \sqrt{6}\right) \qquad K\left(-\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; \sqrt{6}\right)$$

$\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{3} \\ \sqrt{6} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{JK}\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{JK} = 0 \times (-3) + \left(-\sqrt{3}\right) \times 0 + \sqrt{6} \times 0 = 0$

Donc les droites (IJ) et (JK) sont perpendiculaires en J.

e. Déterminer précisément la nature de la section du tétraèdre ABCD par le plan P .

Soit L le milieu du segment [AC] de coordonnées $\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\sqrt{3}; 0\right)$,

Ce qui montre que L appartient au plan P . Le plan P coupe donc [BC] en I, [BD] en J, [AD] en K et [AC] en L, donc la section de ABCD par le plan P est le quadrilatère (IJKL).

Or dans le triangle BCD, (IJ)//(CD) (droite des milieux) et $CD = 2IJ = 3$,

dans le triangle ACD, (KL)//(CD) (droite des milieux) et $CD = 2KL = 3$,

dans le triangle ABC, (IO)//(AC) (droite des milieux) et $AC = 2IO = 3$,

dans le triangle BCD, (OK)//(AD) (droite des milieux) et $AD = 2OK = 3$,

d'où : il résulte que $IJ = JK = KL = LI = 1{,}5$, ce qui montre que le quadrilatère (IJKL) est un losange. Or on a démontré à la question 2. d. que l'angle en J de ce losange est droit, donc IJKL est un carré.

3. Peut-on placer un point M sur l'arête [BD] tel que le triangle OIM soit rectangle en M ?

À partir des coordonnées $\overrightarrow{BD}\left(-3; \sqrt{3}; 2\sqrt{6}\right)$ donc une écriture paramétrique de la

Droite (BD) est : $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = t\sqrt{3} \\ z = 2t\sqrt{6} \end{cases}$. On a donc : $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} 3 - 3t \\ t\sqrt{3} \\ 2t\sqrt{6} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{IM}\begin{pmatrix} \frac{3}{2} - 3t \\ -\frac{3}{2}\sqrt{3} + t\sqrt{3} \\ 2t\sqrt{6} \end{pmatrix}$

D'où on déduit $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{IM} = (3 - 3t) \times \left(\frac{3}{2} - 3t\right) + \left(t\sqrt{3}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\sqrt{3} + t\sqrt{3}\right) + 2t\sqrt{6} \times 2t\sqrt{6}$

$$= \frac{9}{2} - 9t - \frac{9}{2}t + 9t^2 - \frac{9}{2}t + 3t^2 + 24t^2 = 36t^2 - 18t + \frac{9}{2}$$

Le triangle OMI est rectangle en M si les vecteurs $\overrightarrow{OM}$ *et* $\overrightarrow{IM}$ sont orthogonaux, donc si leur produit scalaire est nul, soit $36t^2 - 18t + \frac{9}{2} = 0$ soit $9\left(4t^2 - 2t + \frac{1}{2}\right) = 0$

$\Delta = 2^2 - 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 4 - 8 = -4$. Ce trinôme n'a donc pas de racines réelles : il n'existe pas de position du point M tel que le triangle OIM soit rectangle en M.