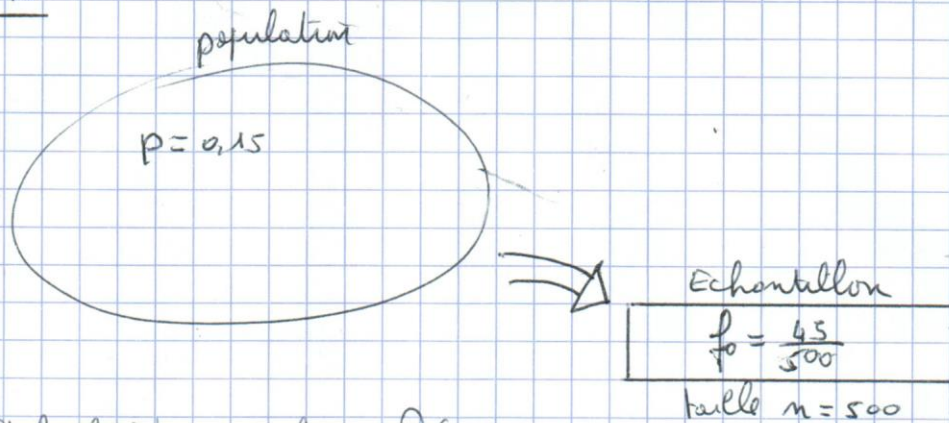




1) a) X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(500; 0,15)$
 car il y a 2 issues: la personne est contaminée ou non contaminée
 et la population a une taille très grande si bien qu'on peut
 considérer les résultats des tests sur les 500 personnes comme
 indépendants les uns des autres.

b) Pour une loi binomiale:

$$E(X) = np$$

$$E(X) = 500 \times 0,15 = 75 \text{ personnes contaminées en moyenne par échantillon.}$$

$$\sigma = \sqrt{npq}$$

$$\sigma = \sqrt{500 \times 0,15 \times 0,85} = 7,98$$

2) a) On calcule à la calculatrice $1 - P(X \leq 200) = 0$ (2nd distrib binomFRep)
 On calcule à la calculatrice $P(X \leq 9) = 4,74 \cdot 10^{-24}$

10% de cas positifs = 50 personnes

20% de cas positifs = 100 personnes

$$\begin{aligned} P(50 \leq X \leq 100) \\ &= P(X \leq 100) - P(X \leq 49) \\ &= 0,9986 \end{aligned}$$

3) Soit l'hypothèse $H_0: p = 0,15$

$S: f \in I_{500}$

alors on accepte l'hypothèse H_0

$S: f_0 \notin I_{500}$

alors on rejette l'hypothèse H_0 au risque $\alpha = 0,05$ de se tromper.

$n = 500$ $n > 30$ est vrai

$np = 0,15 \times 500 = 75$ $np > 5$ est vrai

$nq = 0,85 \times 500 = 425$ $nq > 5$ est vrai

} on peut utiliser l'intervalle

de fluctuation à 1% avec la loi normale: $I_{500} = [p - 2,58 \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{n}}; p + 2,58 \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{n}}]$

$$p - 2,58 \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{n}} = 0,15 - 2,58 \frac{\sqrt{0,15 \times 0,85}}{\sqrt{500}} = 0,1088$$

$$p + 2,58 \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{n}} = 0,15 + 2,58 \frac{\sqrt{0,15 \times 0,85}}{\sqrt{500}} = 0,1912$$

$$f_0 = \frac{45}{500} \approx 0,09$$

$f_0 \notin I_{500}$ Donc on rejette l'hypothèse
 $H_0: "15\% \text{ de la population est contaminée}"$
 au risque $\alpha = 1\%$ de rejeter à tort H_0

4) Pour avoir un intervalle de confiance $I_c = \left[F_n - \frac{1}{\sqrt{n}} ; F_n + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

d'amplitude $\frac{2}{\sqrt{n}} = 0,02$

$$\frac{2}{0,02} = \sqrt{n}$$

$$100 = \sqrt{n}$$

$$10000 = n.$$

Il faut un échantillon de taille $n = 10000$.