

n° 77 p 377

Il s'agit d'un test d'hypothèse.

Soit l'hypothèse

H_0 : "L'échantillon est conforme à la population"

population

$p = 0,8$
proportion de
personnes d'origine
mexicaine

$$f_0 = \frac{339}{840}$$

échantillon de
taille $n = 870$

On construit le test:

- Si la fréquence observée f_0 dans l'échantillon $\in I_{870}$ alors on accepte H_0
- Si la fréquence observée f_0 dans l'échantillon $\notin I_{870}$ alors on rejette H_0 au risque 5% de rejeter à tort.

$n = 870$ $n > 30$ est vrai

$np = 870 \times 0,8 = 696$ $np > 5$ est vrai

$nq = 870 \times 0,2 = 174$ $nq > 5$ est vrai

Les trois conditions pour utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique avec la loi normale sont remplies, donc on va l'utiliser

$$I_{870} = \left[p - u_{0,05} \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{n}} ; p + u_{0,05} \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{n}} \right]$$

$$p - 1,96 \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{n}} = 0,8 - 1,96 \frac{\sqrt{0,8 \times 0,2}}{\sqrt{870}} = 0,7734$$

$$p + 1,96 \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{n}} = 0,8 + 1,96 \frac{\sqrt{0,8 \times 0,2}}{\sqrt{870}} = 0,8266$$

$$I_{870} = [0,7734 ; 0,8266]$$

On a observé dans l'ensemble des 870 jurés "tirés au sort" une fréquence de personnes d'origine mexicaine de

$$f_0 = \frac{339}{840} \approx 0,4036$$

$$f_0 \notin I_{870}$$

Conclusion: on rejette l'hypothèse H_0 selon laquelle l'échantillon provient de la population où la proportion est $p = 0,8$. Toutefois, on prend le risque $\alpha = 5\%$ de se tromper en rejetant cette hypothèse.

Pour aller plus loin

Si on veut réduire à 1% le risque α , on peut calculer

$$I_{870} = \left[p - u_{0,01} \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{n}} ; p + u_{0,01} \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{n}} \right]$$

On sait que $u_{0,01} = 2,58$

$$p - 2,58 \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{n}} = 0,8 - 2,58 \frac{\sqrt{0,8 \times 0,2}}{\sqrt{870}} = 0,7650$$

$$p + 2,58 \frac{\sqrt{pq}}{\sqrt{n}} = 0,835$$

$0,4036 \notin [0,7650 ; 0,835]$ donc on rejette au risque 1% de se tromper l'hypothèse H_0 .