

Déterminer une taille d'échantillon suffisante pour obtenir une estimation d'une proportion

À l'occasion d'une élection, on réalise un sondage sur un échantillon de n personnes afin de connaître le pourcentage d'électeurs qui souhaitent voter pour un candidat donné. On suppose la population suffisamment importante pour que ce sondage soit assimilé à un tirage avec remise. Quelle doit être la taille minimale de l'échantillon afin que l'intervalle de confiance de cette proportion nous donne celle-ci à 1 % près avec une probabilité au moins égale à 0,95 ?

Solution

Conseil

Un intervalle centré en p fournit p à la précision ϵ si son amplitude est 2ϵ .

Soit f la fréquence observée dans l'échantillon. Un intervalle de confiance de la proportion p dans la population est $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ au niveau de confiance 95 %. Pour que l'intervalle de confiance fournisse p à 1 % près avec une probabilité au moins égale à 0,95, on doit avoir $\frac{1}{\sqrt{n}} \leq 0,01$. Cette inégalité équivaut à $\sqrt{n} \geq 100$, soit $n \geq 10\,000$. On doit donc interroger au moins 10 000 personnes.

n° 44 p 368

Soit f la fréquence observée dans l'échantillon. Un intervalle de confiance de la proportion p dans la population est :

$$I_c = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

Pour que l'intervalle de confiance fournisse à 3% près avec une probabilité égale à 0,95 au moins, on doit avoir

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \leq 0,03$$

$$\frac{1}{0,03} \leq \sqrt{n}$$

$$n \geq 112$$

un intervalle centré en p fournit p à la précision ϵ si son amplitude est 2ϵ .

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

$p - 0,03$ p $p + 0,03$

$\frac{1}{\sqrt{n}} = 0,03$