

M°64 p 338

la loi exponentielle a pour densité de probabilité sur $[0; +\infty[$
la fonction f définie par $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ où $\lambda \in \mathbb{R}^{+*}$.

1) $P(X > 10) = 0,286$

On sait que $P(X > \beta) = e^{-\lambda \beta}$ lorsque X suit la loi exponentielle de paramètre λ , $\lambda \in \mathbb{R}^{+*}$

$$\begin{aligned} \text{donc } P(X > 10) &= e^{-\lambda \cdot 10} \\ 0,286 &= e^{-\lambda \cdot 10} \\ \ln(0,286) &= -\lambda \cdot 10 \\ \frac{\ln(0,286)}{-10} &= \lambda \\ \lambda &\approx 0,125 \end{aligned}$$

2) On cherche $P(X < 0,5)$

$$P(X < 0,5) = \int 1 - P(X > 0,5)$$

$$P(X < 0,5) = 1 - (e^{-\lambda \cdot 0,5})$$

$$P(X < 0,5) = 1 - e^{-0,125 \cdot 0,5}$$

$$P(X < 0,5) = 0,0615 \approx 6,15 \cdot 10^{-2} \text{ près}$$

3) On cherche $P_{X>8}(X > 10)$

Puisque la loi exponentielle est sans mémoire, on a

$$P_{X>t}(X > t+h) = P(X > h)$$

donc ici :

$$P_{X>8}(X > 8+2) = P(X > 2)$$

$$P_{X>8}(X > 10) = P(X > 2)$$

$$P_{X>8}(X > 10) = e^{-\lambda \cdot 2}$$

$$P_{X>8}(X > 10) = e^{-0,125 \cdot 2}$$

$$P_{X>8}(X > 10) = e^{-0,25}$$

$$P_{X>8}(X > 10) = 0,779 \approx 77,9 \cdot 10^{-2} \text{ près}$$