n°67 p180

$$f(x) = \frac{6x+3}{x^2+x+1}$$

ressemble à

$$\frac{u'}{u}$$

qui est la dérivée de $\ln(u)$

avec $u(x) = x^2 + x + 1$ $\qquad u'(x) = 2x + 1$

- Si $F(x) = \ln(x^2 + x + 1)$ $\qquad$ (la condition $x^2 + x + 1 > 0$ est vraie $\forall x \in \mathbb{R}$)

alors

$$F'(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$$

On ajuste avec un coefficient multiplicateur.

Ici on multiplie par 3.

- Si $F(x) = 3\ln(x^2 + x + 1)$ $\qquad$ (la condition $x^2 + x + 1 > 0$ est vraie $\forall x \in \mathbb{R}$)

alors

$$F'(x) = 3 \times \frac{2x+1}{x^2+x+1}$$

$$F'(x) = \frac{6x+3}{x^2+x+1}$$

$$F'(x) = f(x)$$

Conclusion :

Une primitive de f sur $\mathbb{R}$ est la fonction définie par $F(x) = 3\ln(x^2 + x + 1)$

$$g(x) = \frac{x}{(x^2+1)^2}$$

ressemble à

$$-\frac{u'}{u^2}$$

qui est la dérivée de $\frac{1}{u}$

avec $u(x) = x^2 + 1 \quad u'(x) = 2x$

- Si

$$G(x) = \frac{1}{x^2+1}$$

alors

$$G'(x) = -\frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

On ajuste avec un coefficient multiplicateur.

Ici on multiplie par $-\frac{1}{2}$

- Si

$$G(x) = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{x^2+1}$$

alors

$$G'(x) = -\frac{1}{2} \times -\frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

$$G'(x) = \frac{x}{(x^2+1)^2}$$

$$G'(x) = g(x)$$

Conclusion :

Une primitive de g sur $\mathbb{R}$ est la fonction définie par

$$G(x) = -\frac{1}{2(x^2+1)}$$

$$h(x) = x(x^2+4)^{-3}$$

ressemble à

$$n \times u^{n-1} \times u'$$

qui est la dérivée de u^n

avec $u(x) = x^2+4 \quad u'(x) = 2x$ et $n = -2$

- Si

$$H(x) = (x^2+4)^{-2}$$

alors

$$H'(x) = -2 \times u^{-3} \times u'$$

$$H'(x) = -2 \times (x^2+4)^{-3} \times 2x$$

$$H'(x) = -4x(x^2+4)^{-3}$$

On ajuste avec un coefficient multiplicateur.

Ici on multiplie par $-\frac{1}{4}$

- Si

$$H(x) = -\frac{1}{4}(x^2+4)^{-2}$$

alors

$$H'(x) = -\frac{1}{4} \times (-4x(x^2+4)^{-3})$$

$$H'(x) = x(x^2+4)^{-3}$$

$$H'(x) = h(x)$$

Conclusion :

Une primitive de h sur $\mathbb{R}$ est la fonction définie par

$$H(x) = -\frac{1}{4}(x^2+4)^{-2}$$

ou

$$H(x) = -\frac{1}{4(x^2+4)^2}$$