

1 - F est définie sur $]-1; +\infty[$ et

$$\forall x \in]-1; +\infty[\quad F'(x) = \ln(x+1) + (x+1) \times \frac{1}{x+1}$$

$$F'(x) = \ln(x+1)$$

ainsi F est une primitive de f sur $]-1; +\infty[$.

2 - les primitives de f sont les fonctions G définies par $G(x) = F(x) + k$, $k \in \mathbb{R}$

on cherche la primitive qui s'annule pour $x=0$ ie
on cherche k tq : $F(0) + k = 0$

$$\text{or } F(0) = 1 \ln 1 - 0 = 0$$

$$\text{donc } k = 0$$

La primitive de f qui s'annule en 0 est donc la fonction G définie sur $]-1; +\infty[$ par :

$$G(x) = (x+1) \ln(x+1) - x.$$