

$$1. \vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} \text{ soit } \vec{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \\ z_C - z_A \end{pmatrix} \text{ soit } \vec{AC} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont pas colinéaires donc les points A, B et C ne sont pas alignés et les points A, B et C définissent un plan.

$$2. \vec{n} \cdot \vec{AB} = -1 \times 2 + 4 \times 3 + 2 \times (-5) = 0$$

$$\vec{n} \cdot \vec{AC} = -1 \times 4 + 4 \times 1 + 2 \times 0 = 0$$

$\vec{n}$ est orthogonal aux vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ qui sont deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC).

$\vec{n}$ est donc un vecteur normal au plan (ABC)

3. Une équation du plan (ABC) est donc :

$$-x + 4y + 2z + d = 0, \quad d \in \mathbb{R}$$

$$\text{or } A \in (ABC) \text{ donc } -x_A + 4y_A + 2z_A + d = 0$$

$$d = 20$$

$$P: -x + 4y + 2z + 20 = 0$$

$$1. \vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} \text{ soit } \vec{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \\ z_C - z_A \end{pmatrix} \text{ soit } \vec{AC} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 2 \times 4 + 4 \times (-4) + (-2) \times (-4)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$$

les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont orthogonaux donc les droites (AB) et (AC) sont orthogonales avec un point commun A . Elles sont donc perpendiculaires en A et le triangle ABC est rectangle en A .

2. a) $\vec{SO} \begin{pmatrix} x_0 - x_s \\ y_0 - y_s \\ z_0 - z_s \end{pmatrix}$ soit $\vec{SO} \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} \vec{SO} \cdot \vec{AB} &= -4 \times 2 + 0 \times 4 - 4 \times (-2) \\ \vec{SO} \cdot \vec{AB} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{SO} \cdot \vec{AC} &= -4 \times 4 + 0 \times (-4) + (-4) \times (-4) \\ \vec{SO} \cdot \vec{AC} &= 0 \end{aligned}$$

Le vecteur $\vec{SO}$ est orthogonal aux deux vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.

b) $\vec{SO}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC) donc $\vec{SO}$ est un vecteur normal à (ABC) .

Alors, une équation cartésienne de (ABC) est :

$$-4x - 4z + d = 0, d \in \mathbb{R}$$

$$\text{or } A \in (ABC)$$

$$\text{donc } -4x_A - 4z_A + d = 0$$

$$d = 0$$

une équation cartésienne de (ABC) est $x + z = 0$

c) $x_0 + z_0 = 0$ alors $0 \in (ABC)$

3. a) $\vec{SO}$ est un vecteur normal à (ABC) donc (SO) est perpendiculaire à (ABC) et (SO) passe par S , sommet du tétraèdre $SABC$. De plus : $O \in (ABC)$ donc $[SO]$ est une hauteur de $SABC$.

b) $V = \text{Abase} \times \text{hauteur} \times \frac{1}{3}$

$$V = \frac{\vec{AB} \times \vec{AC}}{2} \times \vec{SO} \times \frac{1}{3}$$

$$AB = \sqrt{x_{AB}^2 + y_{AB}^2 + z_{AB}^2}$$

$$AB = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$AC = \sqrt{x_{AC}^2 + y_{AC}^2 + z_{AC}^2}$$

$$AC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$SO = \sqrt{x_{SO}^2 + y_{SO}^2 + z_{SO}^2}$$

$$SO = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$V = \frac{\sqrt{24} \times \sqrt{48} \times \sqrt{32}}{6}$$

$$V = \frac{\sqrt{8} \times \sqrt{3} \times 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{2}}{6}$$

$$V = \frac{4 \times 3 \times 4 \times 4}{6}$$

$$V = 32 \text{ u.v.}$$

n° 89 p 278

$$1 - \vec{n}_1 \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$2 - \vec{n}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$3 - \vec{n}_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Activité 3 p 267 : "intersection de deux plans"

1. a) $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}_1$ semblent parallèles, pour tout réel d .

b) Si $d = 2$

$$\mathcal{P} : 2x - 2y - 7z = 1$$

$$\mathcal{P}_1 : 4x - 4y - 14z = 2 \Leftrightarrow 2x - 2y - 7z = 1$$

$$c) \vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n}_1 \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -14 \end{pmatrix}$$

$\vec{n}_1 = 2\vec{n}$: les vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{n}_1$ sont colinéaires.

d) Δ et Δ_1 sont donc parallèles et Δ est perpendiculaire à $\mathcal{P}$.

donc Δ_1 est perpendiculaire à $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}_1$

donc : $\mathcal{P} \parallel \mathcal{P}_1$.

2. a) Si $a = -3$

alors: $P_1: -3x + 6y + 21z = 23$

$P_2: x - 2y - 7z = \frac{-23}{3}$

les plans P_1 et P_2 sont parallèles si $a = -3$.
ils ne peuvent pas être confondus.

b) $a \neq -3$

P_1 et P_2 ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants.

les points $M(x; y; z)$ tels que $\begin{cases} 2x - 2y - 2z = 1 \\ ax + 6y + 21z = 23 \end{cases}$

appartiennent à P_1 et à P_2 donc l'ensemble des points M est la droite d'intersection des plans P_1 et P_2 .

Activité 4 p 267 "plans perpendiculaires"

1. $\vec{AE}$ est orthogonal à $\vec{AB}$ et à $\vec{AC}$ qui sont deux vecteurs non colinéaires de (ABC) donc $\vec{AE}$ est un vecteur normal au plan (ABC) .

2. a) $\left. \begin{matrix} A \in (ABE) \\ E \in (ABE) \end{matrix} \right\} (AE) \subset (ABE)$

b) (EB) et (AF) sont deux droites du plan (ABE) non perpendiculaires au plan (ABC) .

c) oui, (BF) est perpendiculaire à (ABC) et est incluse dans (ABE) .

(BF) et (AE) sont parallèles.

3. $(HD) \subset (ADE)$ et $(HD) \perp (ABC)$

$(GC) \subset (ACE)$ et $(GC) \perp (ABC)$