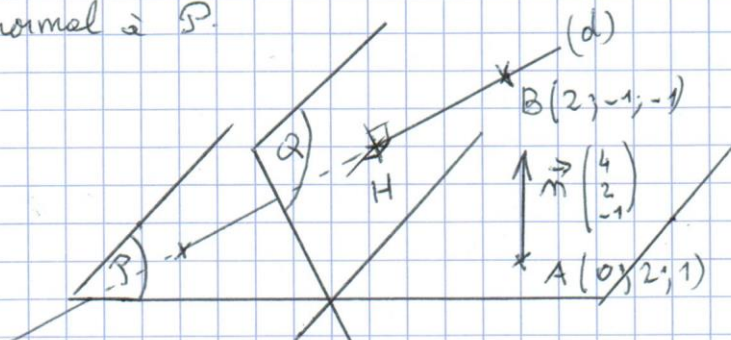


Faisons un schéma de principe pour visualiser la situation:
 D'après la question 2) b) les plans P et Q sont sécants.
 D'après la question 3) le point H est le projeté orthogonal du point B sur Q et on note (d) la droite (BH)
 le point A appartient à P
 $\vec{n} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à P .



1) $\vec{n}$ est normal à P donc P a pour équation $4x + 2y - z + d = 0$

$A \in P$ donc ses coordonnées vérifient son équation:

$$4(0) + 2(2) - (-1) + d = 0$$

$$3 + d = 0$$

$$d = -3$$

d'où P a pour équation

$$4x + 2y - z - 3 = 0$$

2) a) Q a pour équation $-2x + y + 0z = 0$ donc $\vec{n}' \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ est normal à Q .

b) Les coordonnées de $\vec{n} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et de $\vec{n}' \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ne sont pas proportionnelles

donc $\vec{n}$ et $\vec{n}'$ ne sont pas colinéaires. P et Q ne sont donc pas parallèles. Ils sont donc sécants.

3) a) La droite (d) a comme vecteur directeur $\vec{n}'$ puisque $\vec{n}'$ est normal à Q et que $(d) = (BH)$ est perpendiculaire à Q .

Donc (d) a pour représentation

$$\text{paramétrique} \begin{cases} x = x_B - 2k \\ y = y_B + k \\ z = z_B + 0k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x = 2 - 2k \\ y = -1 + k \\ z = -1 \end{cases}, k \in \mathbb{R}$$

b) H est le point d'intersection de (d) avec le plan Q .
 Donc ses coordonnées vérifient simultanément:

$$\begin{cases} x = 2 - 2k \\ y = -1 + k \\ z = -1 \\ -2x + y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 - 2k \\ y = -1 + k \\ z = -1 \\ -2(2 - 2k) + (-1 + k) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 - 2k \\ y = -1 + k \\ z = -1 \\ -4 + 4k - 1 + k = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 - 2k \\ y = -1 + k \\ z = -1 \\ 5k = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 - 2(1) \\ y = -1 + (1) \\ z = -1 \\ k = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -1 \\ k = 1 \end{cases}$$

Ainsi $H(0; 0; -1)$