# Thème : Les nombres premiers

## Activité 2. Algorithmes sur les nombres premiers (3 exercices)

**Exercice 1 : *Tester la primalité***

1. On considère l'algorithme suivant :

***Note :***

La fonction $E$ **est la fonction partie entière :**

A tout réel $x$ elle associe l’unique entier relatif $E(x)$ qui lui est immédiatement inférieur ou égal.

Exemples :

$E\left(3\right)=3 $; $E\left(3,14\right)=3 $; $E\left(-2,718\right)=-3$.

* Sur les calculatrices TI, il s’agit de la commande **partEnt** - ou **int** pour les calculatrices en anglais - (touche math, menu MATH)
* Sur les Casio, il s’agit de la commande **Intg** (touche OPTN, menu NUM).

Déclaration des variables : *N* et *J* sont des entiers

Début de l'algorithme

Saisir *N*

Pour J allant de 2 à E$\left(\sqrt{\left(N\right)} \right)$

Si *J* divise *N*

Alors

Afficher "*N* NON PREMIER"

Stopper le programme

Fin Si

Fin Pour

Afficher "*N* PREMIER"

Fin de l'algorithme

Faire fonctionner sur le papier cet algorithme pour $N=19, N=21$ et $N=53$. Qu'affiche-t-il ?

1. a) Programmer cet algorithme sur la calculatrice (Nommer ce programme ESTPREM).
	1. Vérifier que le programme fonctionne pour $N=1, N=2 , N=3 , N=19 , N=21$ et $N=53$ puis l'utiliser pour dire parmi les nombres suivants lesquels sont premiers : 2 011 ; 2 013 ; 2 015 ; 2 017 et 2 019.
	2. Chronométrer le temps que met le programme ESTPREM pour tester la primalité de $N=7 237 031.$

**Exercice 2 : *Liste des nombres premiers inférieurs à 1000***

Pré requis : Avoir le programme ESTPREM de test de la primalité de l’exercice 1.

Objectif : Créer un algorithme qui crée la liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 1009. Créer le programme LISTPREM sur la calculatrice.

# Principe

* On utilise une nouvelle liste qui sera la Liste6 (cela laisse libres les Listes 1, 2, 3… souvent utilisées pour des calculs courants). On utilisera une version aménagée en sous-programme du programme ESTPREM pour tester si un entier naturel $N$ est premier.
* On commence avec $N=2$. Si $N$ est premier

Alors on écrit $N$ dans la liste Liste6 (à la ligne $1$)

Comme $2$ est premier on écrit donc $2$ à la première ligne de la liste ce qui donne Liste6[1] = 2

* On incrémente[[1]](#footnote-1) $N$ de $1$. On a alors $N=3$

Si $N$ est premier

Alors on écrit $N$ dans la liste Liste6 (à la ligne $2$)

Comme $3$ est premier on écrit donc $3$ à la deuxième ligne de la liste $LP$ ce qui donne Liste6[2] = 3

* On incrémente $N$ de $1$. On a alors $N=4$

Si $N$ est premier

Comme $4$ n’est pas premier on n’écrit donc rien dans la liste Liste6.

* On incrémente $N$ de $1$. On a alors $N=5$

Si $N$ est premier

Alors on écrit $N$ dans la liste Liste6 (à la ligne $3$)

Comme $5$ est premier on écrit donc $5$ à la troisième ligne de la liste Liste6 qui donne Liste6[3] = 5

* On réitère cette démarche tant que $N\leq 1009$

Après l’exécution du programme, on aura dans la liste Liste6 les premiers nombres premiers :

|  |
| --- |
| Liste6 |
| 2 |
| 3 |
| 5 |
| 7 |
| 11 |

# Modification du programme ESTPREM (renommé PREM)

On modifie le programme de test de primalité ESTPREM car on va en avoir besoin comme sous-programme dans le nouvel programme LISTPREM

|  |  |
| --- | --- |
| **Procédure sur calculatrice TI** | **Procédure sur calculatrice Casio** |
| * Créer un nouveau programme PREM
* Y copier le programme ESTPREM. Pour cela :

Le curseur étant sur la première ligne (juste après **:** )2nd sto→Prgm EXEC ESTPREMEntrée Entrée* Enlever avec la touche suppr la première ligne Prompt N
* Dans le programme PREM,
	+ Remplacer la ligne **Disp « NON PREMIER »** par **0** $⇢$ **P** (touche annul pour effacer la ligne sans la supprimer)
	+ Remplacer **Stop** par **Return**
	+ Remplacer la ligne **Disp « PREMIER »** par **1** $⇢$ **P**
	+ Ecrire sur la dernière ligne : **Return** (se trouve dans prgm CTL)
 | Renommer le programme ESTPREM en PREM* Enlever avec la touche DEL la première ligne ‘‘N=’’?→N
* Dans le programme PREM,
	+ Remplacer les trois lignes **‘‘N NON PREMIER’’**◢ par **0** $⇢$ **P** (touche annul pour effacer la ligne sans la supprimer)
	+ Remplacer les deux lignes **Disp « N PREMIER »** par **1** $⇢$ **P**

Ecrire sur la dernière ligne : **Return** (se trouve dans prgm CTL) |

Ainsi, le programme PREM reçoit un entier $N\geq 1$ et renvoie la variable $P$ qui vaut $1$ lorsque $N$ est premier et $0$ lorsque $N$ est composé.

PREM sur TI

For(J,2, partEnt(√(N))

If N/J=partEnt(N/J)

Then

0$\rightarrow $P

Return

End

End

1$\rightarrow $P

Return

# Algorithme LISTPREM

 Effacer la liste Liste6

$N $reçoit $2$

$I $reçoit $1$

**Tant que** $N\leq 1009$ **faire**

Appel du sous-programme PREM

 **Si** $P=1$

**Alors** Liste6[*I*] reçoit $N$

 $I$ reçoit $I+1$

**FinSi**

$N$ reçoit $N+1$

**FinTant que**

# Programmation de la calculatrice

On traduit l’algorithme précédent en langage TI ou Casio.

## Ecriture du programme LISTPREM

Saisir le programme « LISTPREM » sur la calculatrice.

|  |  |
| --- | --- |
| Calculatrice TI | Calculatrice Casio |
| * On choisit L6 dans 2nd listes NOMS
* prgmPREM s’écrit en tapant prgm EXEC PREM entrer
 |  |

LISTPREM sur TI

EffListe L6

2$\rightarrow $N

1$\rightarrow $I

While N≤1009

prgmPREM

If P=1

Then

N$\rightarrow $L6(I)

I+1$\rightarrow $I

End

N+1$\rightarrow $N

End

LISTPREM sur Casio

ClrList 6

2$\rightarrow $N

1$\rightarrow $J

While N≤1009

Prog ”PREM”

If P=1

Then

N$\rightarrow $List 6[J]

J+1$\rightarrow $J

IfEnd

N+1$\rightarrow $N

WhileEnd

ClrText

## Utilisation du programme LISTPREM

1. Exécutez-le en le chronométrant.
2. Vérifiez que vous avez obtenu dans la liste Liste6 les nombres premiers inférieurs ou égaux à $1009$ en allant dans le menu Statistiques
3. On note $π\left(P\right)$ le nombre de nombres premiers inférieurs ou égaux à $P$. Utilisez la liste Liste6 des nombres premiers inférieurs ou égaux à $1009$ pour compléter le tableau ci-dessous :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$P$$ | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 | 1000 |
| $$π\left(P\right)$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Peut-on parler d'équi-répartition des nombres premiers ? Justifier votre réponse.

**Exercice 3 : *Recherche des diviseurs premiers inférieurs ou égaux à 1000***

Pré requis : Avoir la liste des nombres premiers inférieurs à 1000 de l’exercice 2.

Objectif : Obtenir un algorithme qui donne la liste des diviseurs premiers inférieurs à 1000 d’un entier naturel non nul quelconque.

# Principe

* On donne un entier naturel non nul $N$.
* On cherche dans la liste des nombres premiers $P$ inférieurs ou égaux à $1009$ ceux qui divisent $N$.
* On commence par créer la liste dans la calculatrice des nombres premiers de $2$ à $1009$ à l’aide du programme LISTPREM (voir l’exercice 2).

# Algorithme DIVISPRE

Saisir $N $

$I $reçoit $1$

$P $reçoit $0$

Tant que $P<997$ et $P\leq N$ faire

$P$ reçoit l’élément *I* de la liste Liste6

Si *N* est divisible par *P*

Alors

Afficher « Divisible par », P

Fin Si

$I$ reçoit $I+1$

FinTant que

# Programmation de la calculatrice

*Travail préalable : Exécutez le programme LISTPREM et assurez-vous que la liste Liste6 contient tous les nombres premiers de* $2$ *à* $1009$*.*

1. Ecrivez le programme « DIVISPRE » dans votre calculatrice.
2. Exécutez-le en cherchant les diviseurs premiers de
$N=12$ ; $N=13$ ; $N=985$ ; $N=997 ;$ $N=1000; $ $N=1009$.
3. Quels sont les nombres $N$ dont le programme donnera tous les diviseurs premiers ? Testez sur un exemple.
4. Quels sont les nombres $N$ dont le programme donnera certains diviseurs premiers mais pas tous ? Testez sur un exemple.
5. Quels sont les nombres $N$ dont le programme ne donnera aucun diviseur premier ? Testez sur un exemple.
1. **Incrémenter** une variable, c’est lui ajouter une quantité constante [↑](#footnote-ref-1)