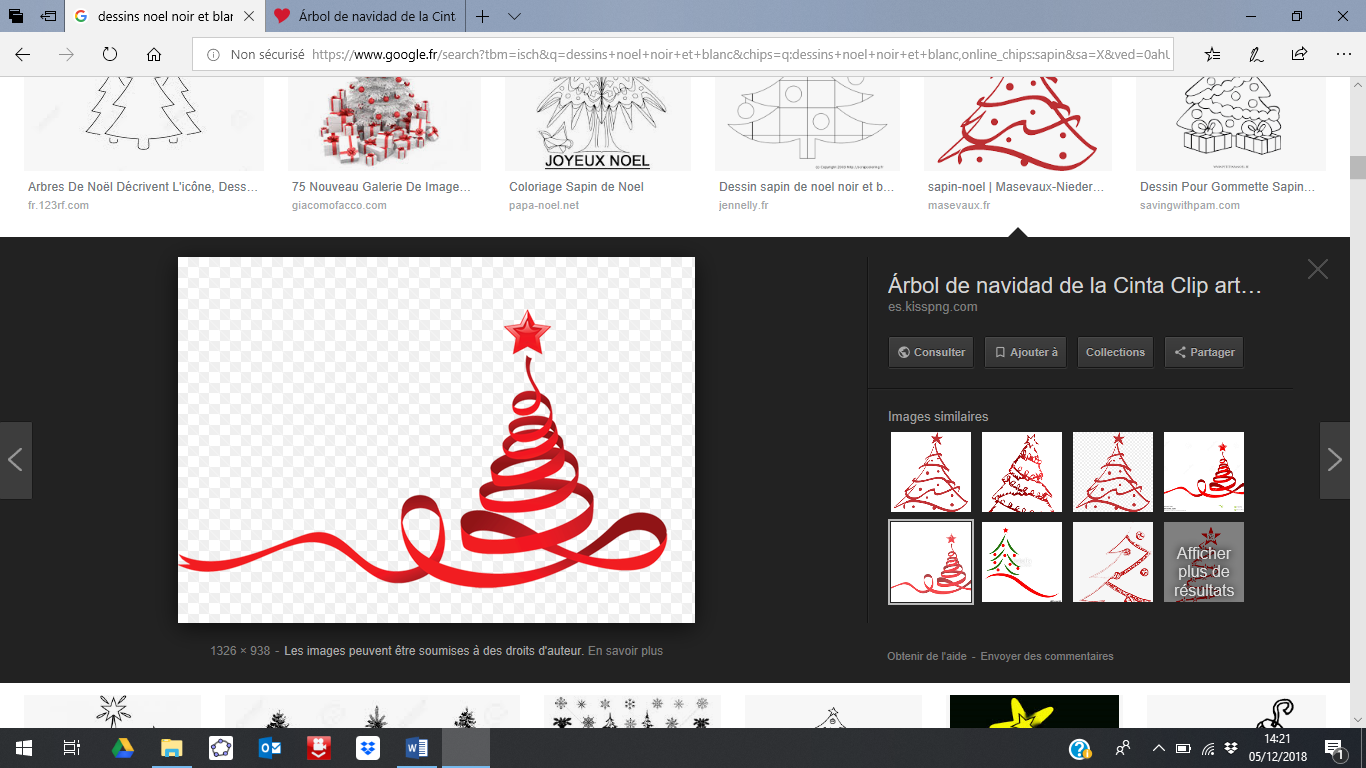
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **DEVOIR DE** | Vendredi 14 décembre 2018 |
| Classes de Terminale 4-5-6-7 S | **MATHEMATIQUES** | Durée : 4 heures. |
|  | **n° 3** | *Calculatrice autorisée* |

**La qualité de la rédaction, la clarté d’expression et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l’appréciation des résultats.**

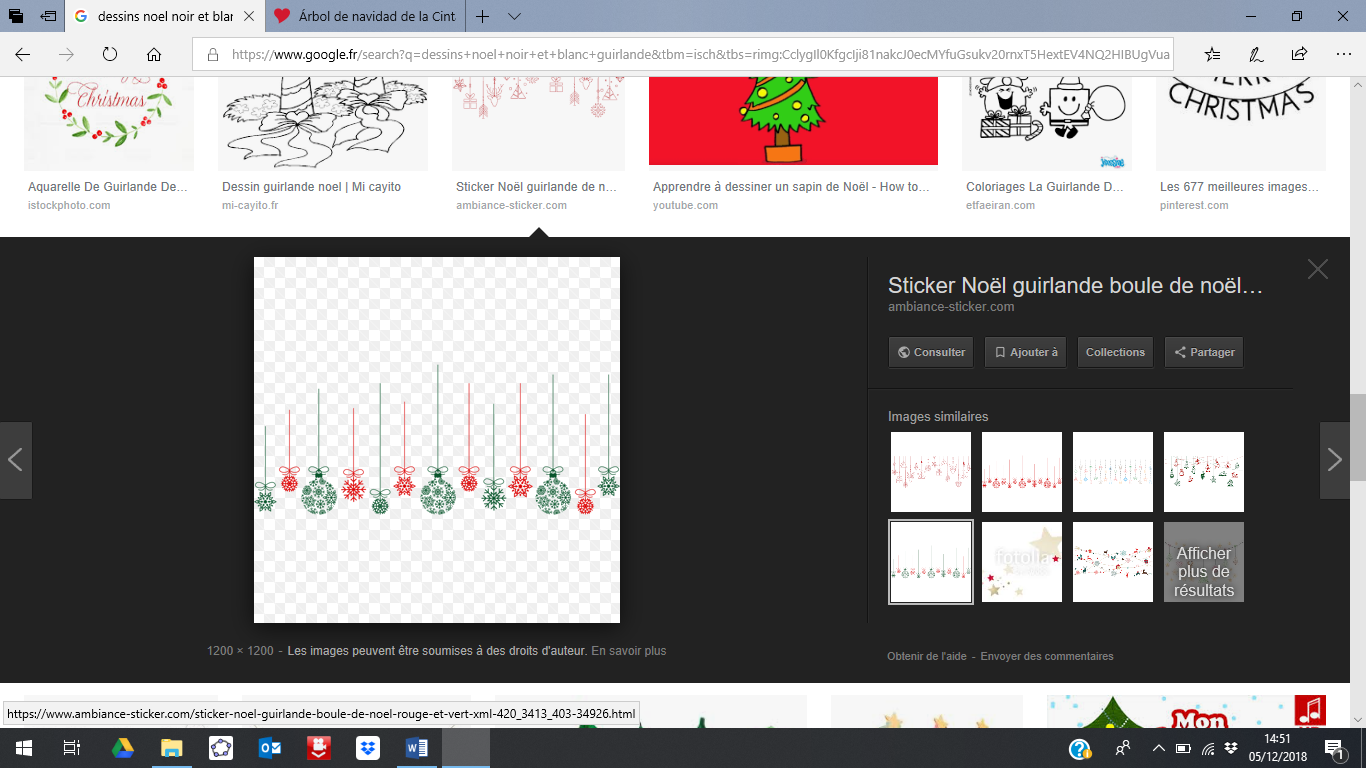
**Tout résultat ou conclusion doit être justifié(e) (sauf indication contraire).**



**EXERCICE 1** : ***A faire par tous les élèves*** (5 points)

Dire pour chacune des propositions suivantes si elle est vraie ou fausse en le justifiant.

6. = 0 a pour ensemble solution
7. a pour ensemble solution
8. a pour ensemble solution



**EXERCICE 2** ***Uniquement pour les élèves qui ne suivent pas la spécialité math*** (5 points)

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par :

**Partie A :**

1. On souhaite écrire un algorithme affichant, pour un entier naturel n donné, tous les termes de la suite , du rang 0 au rang n. Parmi les trois algorithmes suivants, un seul convient. Préciser lequel en le justifiant.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Algorithme 1** | **Algorithme 2** | **Algorithme 3** |
| Demander n  v prend la valeur 1  Pour i allant de 1 à n  v prend la valeur  Fin pour  Afficher v | Demander n  Pour i allant de 1 à n  v prend la valeur 1  Afficher v  v prend la valeur  Fin pour | Demander n  v prend la valeur 1  Pour i allant de 1 à n  Afficher v  v prend la valeur  Fin pour  Afficher v |

1. Pour n = 10 on obtient l'affichage suivant :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,000 | 1,800 | 2,143 | 2,333 | 2,455 | 2,538 | 2,600 | 2,647 | 2,684 | 2,714 | 2,739 |

Pour n = 500, les derniers termes affichés sont :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2,9939086 | 2,9939210 | 2,9939333 | 2,9939455 | 2,9939577 | 2,9939698 | 2,9939819 | 2,9939940 | 2,9940060 | 2,9940179 |

Quelles conjectures peut-on émettre concernant la suite  ?

3. a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel

b) Démontrer que pour tout entier naturel n,

c) A l’aide des questions a) et b), déterminer le sens de variation de

d) En déduire que est convergente.

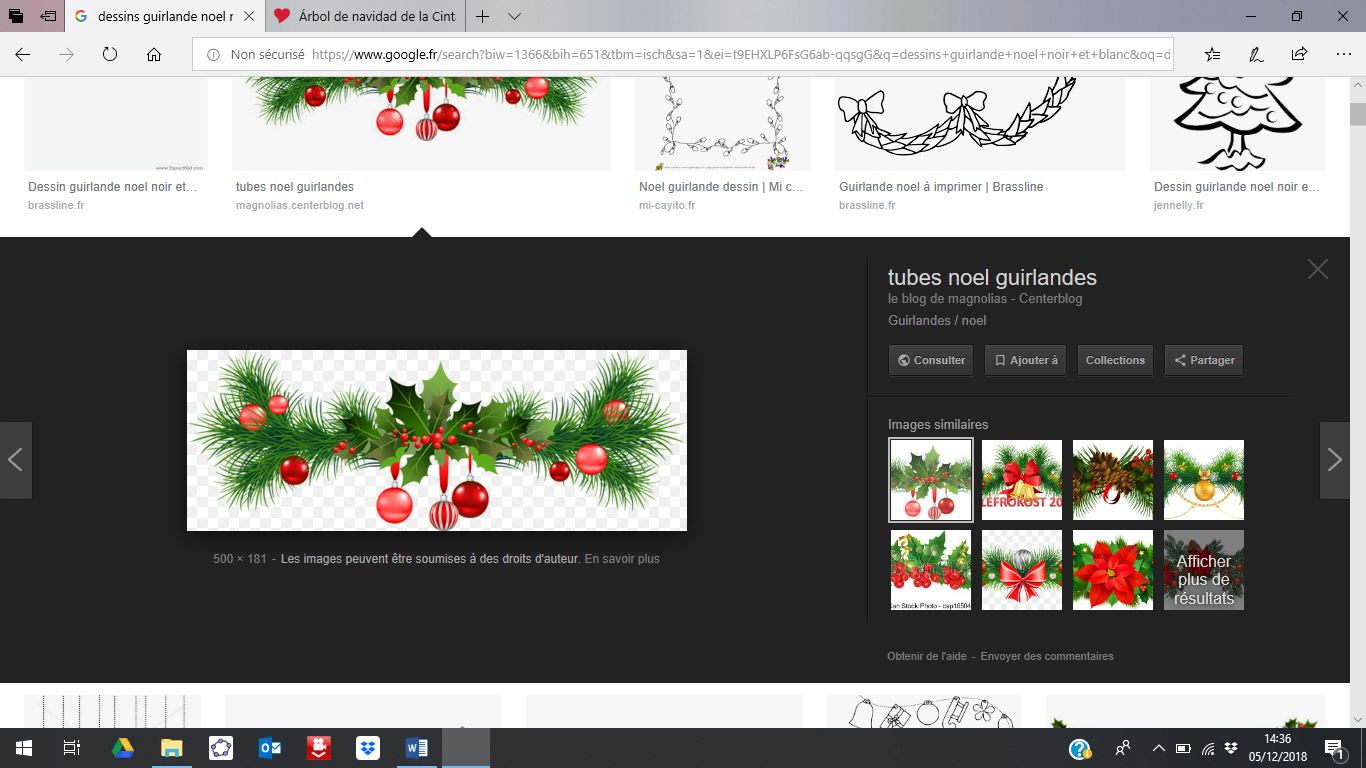
**Partie B**:

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par : .

1) Démontrer que est une suite **arithmétique** de raison.

2) En déduire l'expression de en fonction de n.

3) Déterminer la limite de la suite



**EXERCICE 2 bis :** ***Uniquement pour les élèves qui suivent la spécialité math***. ***Cet exercice devra être rédigé sur une copie séparée*** (5 points)

***Partie A***

On considère l’algorithme suivant : *Variables :*  *a* est un entier naturel

*b* est un entier naturel

*c* est un entier naturel

*Initialisation :* c 0

Demander la valeur de *a*

Demander la valeur de *b*

*Traitement :* Tant que *a > b*

*c+1*

*a a-b*

Fin Tant que

*Sortie :* Afficher *c*

Afficher *a*

1. Faire fonctionner cet algorithme avec a =13 et b = 4 en indiquant les valeurs des variables à chaque étape.
2. Que permet de calculer cet algorithme ?

***Partie B***

A chaque lettre de l’alphabet, on associe, grâce au tableau ci-dessous, un nombre entier compris entre 0 et 25.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***A*** | ***B*** | ***C*** | ***D*** | ***E*** | ***F*** | ***G*** | ***H*** | ***I*** | ***J*** | ***K*** | ***L*** | ***M*** |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***N*** | ***O*** | ***P*** | ***Q*** | ***R*** | ***S*** | ***T*** | ***U*** | ***V*** | ***W*** | ***X*** | ***Y*** | ***Z*** |
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

On définit un procédé de codage de la façon suivante :

***Etape 1***: A la lettre que l’on veut coder, on associe le nombre *m* correspondant dans le tableau.

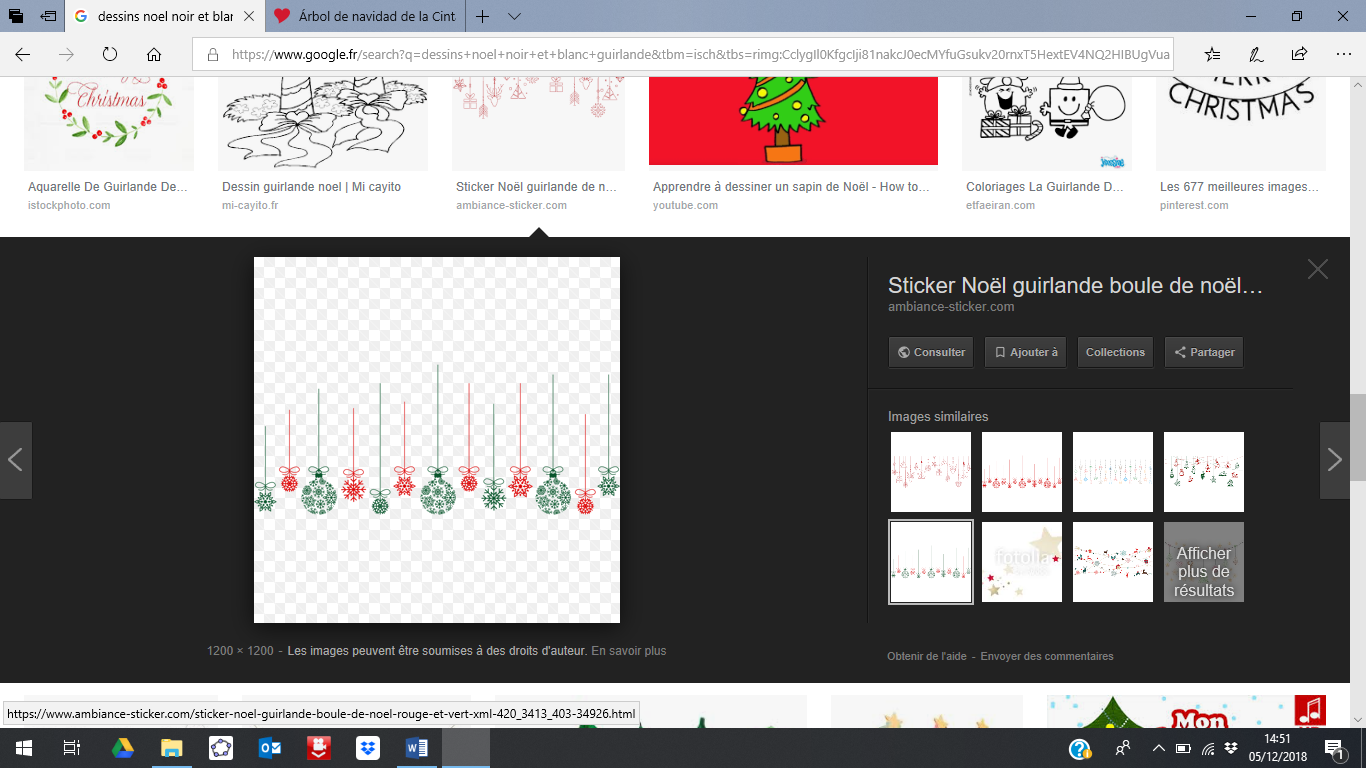
***Etape 2***: On calcule le reste de la division euclidienne de *9m + 5* par 26 et on le note *p*.

***Etape 3***: Au nombre *p*, on associe la lettre correspondante dans le tableau.

1. Coder la lettre U.
2. Modifier l’algorithme de la partie A pour qu’à une valeur m entrée par l’utilisateur, il affiche la valeur de p, calculée à l’aide du procédé de codage précédent.

***Partie C***

1. Trouver un nombre entier x tel que 9x 1 [26].
2. Démontrer alors l’équivalence : 9m + 5 p [26] m 3p - 15 [26].
3. Décoder alors la lettre B.



**EXERCICE 3 :** ***A faire par tous les élèves*** (5 points)

**Partie I**

Soit g la fonction définie sur par  .

1) Déterminer la limite de g en + .

2) Dresser le tableau de variation de g.

3) Justifier que l'équation g(x) = 0 admet une unique solution notée .

Donner un encadrement de à 10-1 près.

4) En déduire le tableau des signes de ).

**Partie II**

Soit A la fonction définie sur [ 0 ; + [ par

1) Démontrer que ) sont de même signe.

2) En déduire les variations de A sur [ 0 ; + [ (on ne demande pas le calcul de la limite).

**Partie III**

Soit f la fonction définie sur [ 0 ; + [ par

On donne, en annexe à compléter, sa courbe représentative C dans un repère (O ; ).

Soit a un réel positif. On appelle M le point de C d'abscisse a, P le projeté orthogonal de M sur (Ox) et Q le projeté orthogonal de M sur (Oy).

Déterminer la position de M pour que l'aire du rectangle OPMQ soit maximale. Placer sur la figure.

**EXERCICE 4 :** ***A faire par tous les élèves*** (5 points)

**Partie A :**

1. Résoudre sur l’équation : .
2. Donner la forme factorisée de .

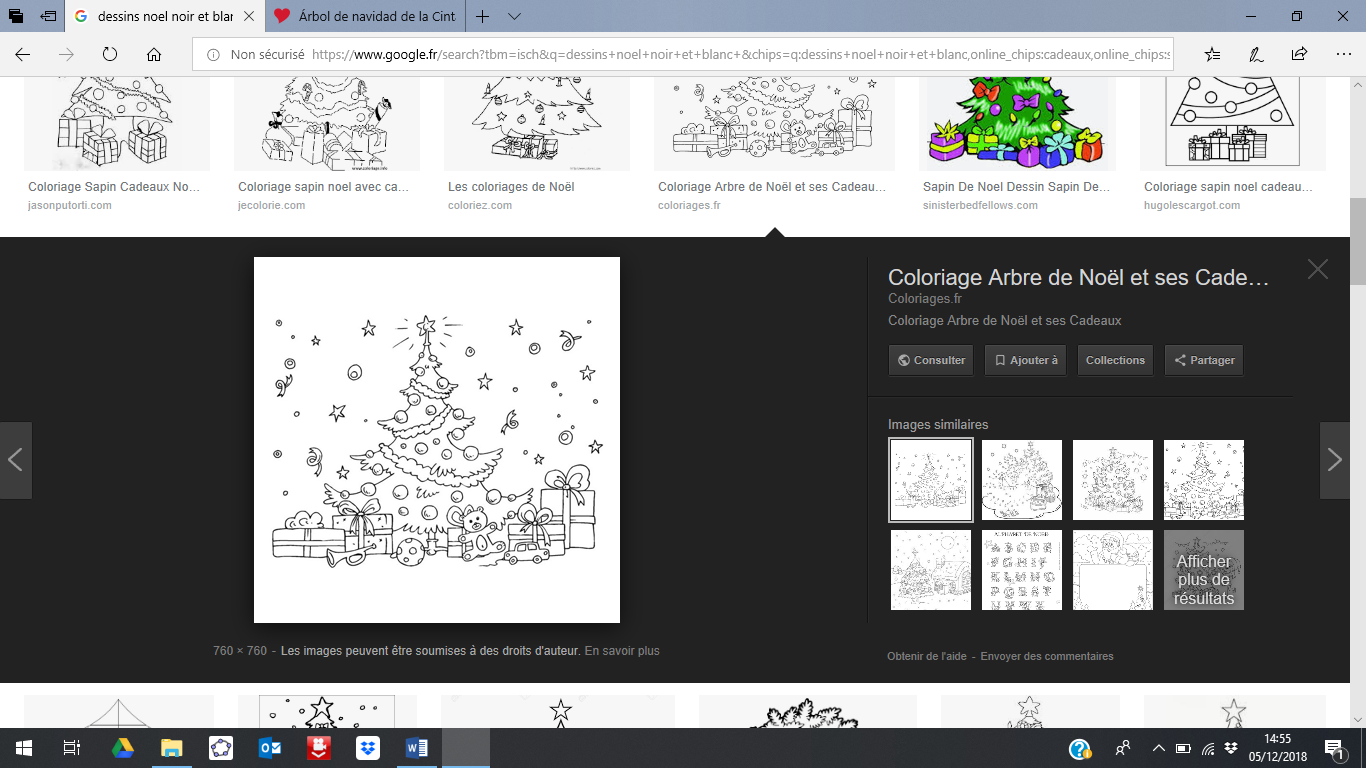
**Partie B :**

Soit la fonction définie sur ℝ par

1. a) Montrer que f est périodique de période .

b) Etudier la parité de f.

c) En déduire que l’on peut étudier f sur puis expliquer comment on peut tracer la courbe représentative de f sur ℝ.

1. a) Calculer
2. A l’aide de l’égalité : , et de la question 2 partie A,

montrer

1. Etudier les variations de f sur

Annexe (à rendre avec la copie)

NOM et Prénom : ………………………………………………………………………………

Classe : ……………………….

