

Classes de Terminale 4-6-7 S	DEVOIR SURVEILLE DE MATHÉMATIQUES N° 1	Vendredi 21 septembre 2018
Lycée d'Avesnières		Durée : 2 heures
Année scolaire 2018-2019		Calculatrice autorisée

La qualité de la rédaction, la clarté d'expression et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des résultats.

EXERCICE 1 : A faire par tous les élèves.

(5 points)

Pour chaque question, choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s). L'élève notera sur sa copie la (ou les) réponse(s) correcte(s). **Toute réponse devra être justifiée.**

	A	B	C	D
1. Si la suite (U_n) est définie par $U_0 = 2$ et pour tout entier naturel n , par $U_{n+1} = 2(U_n)^2 + U_n$ alors :	$U_1 = 5$	$U_2 = 210$	La suite (U_n) est décroissante	La suite (U_n) est croissante
2. Si la suite (U_n) est telle que pour tout entier naturel n , $U_n = -3n + 2$ alors :	$U_{p+1} - U_p = -4$	$U_p - U_{p-1} = -3$	La suite (U_n) est décroissante	La suite (U_n) est croissante
3. Si la suite (U_n) est telle que pour tout entier naturel n , $U_n = -\frac{2}{3^n}$ alors :	La suite (U_n) est arithmétique	La suite (U_n) est géométrique, de raison $-\frac{1}{3}$	La suite (U_n) est géométrique de raison $\frac{1}{3}$	La suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique

EXERCICE 2 : A faire par tous les élèves.

(5 points)

Un apiculteur étudie l'évolution de sa population d'abeilles. Au début de son étude, il évalue à 10 000 le nombre de ses abeilles.

Chaque année, l'apiculteur observe qu'il perd 20% des abeilles de l'année précédente.

Il achète 5000 nouvelles abeilles chaque année.

On note U_0 le nombre d'abeilles, en milliers, de cet apiculteur au début de l'étude.

Pour tout entier naturel n non nul, U_n désigne le nombre d'abeilles, en milliers, au bout de la n -ième année.

- 1) Justifier que, pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = 0,8 U_n + 5$.
- 2) Calculer U_1 , U_2 et U_3 .
- 3) La suite (U_n) est arithmétique ? géométrique ?

On définit la suite (V_n) par $V_n = U_n - 25$, pour tout entier naturel n .

- 4) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- 5) En déduire une expression du terme général de la suite (V_n) en fonction de n , puis du terme général de la suite (U_n) en fonction de n .
- 6) L'apiculteur souhaite que son nombre d'abeilles soit supérieur à 24 000.
A l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre d'années nécessaires pour atteindre son objectif.

EXERCICE 3 : *A faire par tous les élèves.*

(5 points)

- 1) On considère la somme S_n des premiers entiers naturels non nuls de 1 à n .

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n.$$

- a) Quelle est la nature de la suite des entiers naturels de 1 à n ? On précisera son premier terme et sa raison.
- b) En déduire l'expression de S_n en fonction de n .

- 2) On considère la somme S'_n des cubes des premiers entiers naturels non nuls.

$$S'_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3.$$

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n non nul, $S'_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

- 3) En déduire une relation entre la somme S'_n des cubes et la somme S_n des entiers de 1 à n .

EXERCICE 4 : *A faire uniquement par les élèves qui ne suivent pas la spécialité math.*

(5 points)

Les parties A et B ne sont pas liées.

Partie A

On considère une suite (u_n) étudiée à l'aide de l'algorithme ci-contre :

- 1) Donner la définition par récurrence de cette suite.
- 2) Si l'utilisateur saisit $N=3$, qu'affiche l'algorithme ?
- 3) Récrire l'algorithme pour qu'il n'affiche que le terme dont l'indice a été choisi par l'utilisateur.

Variables

U est un réel

N, I sont des entiers

Début de l'algorithme

Lire N

U ← 5

Afficher U

Pour I allant de 1 à N

U ← -U+2

Afficher U

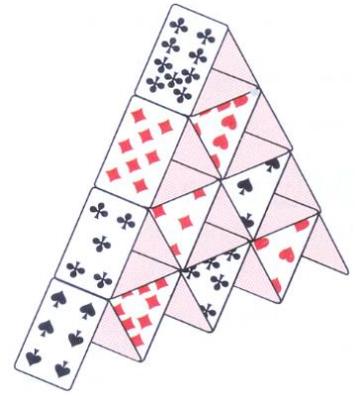
Fin Pour

Fin de l'algorithme

Partie B *Dans cette partie, toute trace de recherche sera valorisée.*

On a représenté un château de cartes complet à 4 niveaux.

Déterminer la taille du plus grand château de cartes complet que l'on peut construire avec 540 cartes.



EXERCICE 4bis : *A faire uniquement par les élèves qui suivent la spécialité math, sur une copie à part, qui sera rendue en plus de la copie utilisée pour les exercices 1, 2 et 3.*

(5 points)

- 1) a) Déterminer tous les entiers relatifs n tels que $A = 8$ divise $f(n) = 2n + 4$.
b) Déterminer tous les entiers relatifs n tels que $f(n) = 2n + 6$ divise $A = 4$.
c) Déterminer tous les entiers relatifs n tels que $f(n) = 3n + 6$ divise $g(n) = n + 5$.

- 2) *Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier chaque réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.*

Proposition 1 : La somme de 5 entiers consécutifs est toujours un multiple de 5.

Proposition 2 : $2 \times 3^{2018} + 6$ est premier avec 3.