|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Classes de* ***Terminale 4-6-7 S*** | **DEVOIR SURVEILLE DE** | Vendredi 21 septembre 2018 |
| Lycée d’Avesnières | **MATHEMATIQUES** | Durée : 2 heures |
| Année scolaire 2018-2019 | **N° 1** | *Calculatrice autorisée* |

La qualité de la rédaction, la clarté d’expression et la précision des raisonnements entreront

pour une part importante dans l’appréciation des résultats.

**EXERCICE 1** : ***A faire par tous les élèves***. *(5 points)*

Pour chaque question, choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s). L’élève notera sur sa copie la (ou les) réponse(s) correcte(s). **Toute réponse devra être justifiée.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **A** | **B** | **C** | **D** |
| **1.** Si la suite $(U\_{n})$ est définie par $U\_{0}=2$ et pour tout entier naturel $n$, par$$U\_{n+1}= 2\left(U\_{n}\right)^{2} + U\_{n}$$alors : | $$U\_{1} = 5$$ | $$U\_{2} =210$$ | La suite $(U\_{n})$ est décroissante | La suite $\left(U\_{n}\right)$ est croissante |
| **2.** Si la suite $(U\_{n})$est telle que pour tout entier naturel $n$,$$U\_{n} = –3n+2$$alors : | $$U\_{p+1} – U\_{p}= – 4$$ | $$U\_{p} – U\_{p-1}= – 3$$ | La suite $(U\_{n})$ est décroissante | La suite $(U\_{n})$ est croissante |
| **3.** Si la suite $(U\_{n})$est telle que pour tout entier naturel $n$,$$U\_{n}=-\frac{2}{3^{n}}$$alors : | La suite $(U\_{n})$ est arithmétique | La suite $(U\_{n})$ est géométrique, de raison $-\frac{1}{3}$ | La suite $(U\_{n})$ est géométrique de raison $\frac{1}{3}$ | La suite $(U\_{n})$ n’est ni arithmétique ni géométrique |

**EXERCICE 2** : ***A faire par tous les élèves.*** *(5 points)*

Un apiculteur étudie l’évolution de sa population d’abeilles. Au début de son étude, il évalue à 10 000 le nombre de ses abeilles.

Chaque année, l’apiculteur observe qu’il perd 20% des abeilles de l’année précédente.

Il achète 5000 nouvelles abeilles chaque année.

On note *U0* le nombre d’abeilles, en milliers, de cet apiculteur au début de l’étude.

Pour tout entier naturel *n* non nul, *Un*désigne le nombre d’abeilles, en milliers, au bout de la *n*-ième année.

1. Justifier que, pour tout entier naturel *n*, *Un+1* = 0,8 *Un* + 5.
2. Calculer *U1, U2* et *U3.*
3. La suite (*Un*) est arithmétique ? géométrique ?

On définit la suite (*Vn*) par *Vn* = *Un* – 25, pour tout entier naturel *n*.

1. Montrer que la suite (*Vn*) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
2. En déduire une expression du terme général de la suite (*Vn*) en fonction de *n*, puis du terme général de la suite (*Un)* en fonction de *n*.
3. L’apiculteur souhaite que son nombre d’abeilles soit supérieur à 24 000.

A l’aide de la calculatrice, déterminer le nombre d’années nécessaires pour atteindre son objectif .

**EXERCICE 3** : ***A faire par tous les élèves.*** *(5 points)*

1. On considère la somme *Sn* des premiers entiers naturels non nuls de 1 à *n*.

*Sn* $ =1+2+3+…+n.$

* 1. Quelle est la nature de la suite des entiers naturels de $1$ à $n$ ? On précisera son premier terme et sa raison.
	2. En déduire l’expression de *Sn*  en fonction de *n*.
1. On considère la somme *S’n*$ $des cubes des premiers entiers naturels non nuls.

*S’n*$ =1^{3}+2^{3}+3^{3}+…+n^{3}.$

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel *n* non nul, *S’n*$ =\frac{n^{2}\left(n+1\right)^{2}}{4}.$

1. En déduire une relation entre la somme *S’n*  des cubes et la somme *Sn* des entiers de $1$ à *n*.

**EXERCICE 4 : *A faire uniquement par les élèves qui ne suivent pas la spécialité math*.**

*(5 points)*

***Variables***

U est un réel

N, I sont des entiers

***Début de l’algorithme***

Lire N

U $\leftarrow $ 5

Afficher U

Pour I allant de 1 à N

U $\leftarrow $ –U+2

Afficher U

Fin Pour

***Fin de l’algorithme***

***Les parties A et B ne sont pas liées.***

**Partie A**

On considère une suite $\left(u\_{n}\right)$ étudiée à l’aide

de l’algorithme ci-contre :

1. Donner la définition par récurrence de cette suite.
2. Si l’utilisateur saisit N=3, qu’affiche l’algorithme ?
3. Récrire l’algorithme pour qu’il n’affiche que le terme

dont l’indice a été choisi par l’utilisateur.

**Partie B *Dans cette partie, toute trace de recherche sera valorisée.***

On a représenté un château de cartes complet à 4 niveaux.

Déterminer la taille du plus grand château de cartes complet

 que l’on peut construire avec 540 cartes.

**EXERCICE 4bis** : ***A faire uniquement par les élèves qui suivent la spécialité math, sur une copie à part, qui sera rendue en plus de la copie utilisée pour les exercices 1, 2 et 3.***

*(5 points)*

**1)** a) Déterminer tous les entiers relatifs $n$ tels que $A=8$ divise $f\left(n\right)=2n+4$.

* 1. Déterminer tous les entiers relatifs $n$ tels que $f\left(n\right)=2n+6$ divise $A=4$.
	2. Déterminer tous les entiers relatifs $n$ tels que $f\left(n\right)=3n+6$ divise $g\left(n\right)=n+5$.
1. *Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier chaque réponse.*

 *Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.*

***Proposition 1*** : La somme de 5 entiers consécutifs est toujours un multiple de 5.

***Proposition 2*** : 2×32018 + 6 est premier avec 3.