

En 2014, le robot Philae s'est posé sur la comète Tchouri après plus de dix ans de voyage dans l'espace. Les scientifiques purent ainsi pour la première fois étudier la composition d'une comète et ses propriétés. Une telle expédition suppose une importante longévité du robot. Aussi les scientifiques ont conçu Philae de sorte à ce qu'il vive au moins 14 ans.

Des études préalables ont montré que la durée de vie  $p$  du robot suivait une loi exponentielle de paramètre strictement positif  $a$  :

$$p(x \leq t) = \int_0^t a e^{-ax} dx$$

où  $p(x \leq t)$  donne la probabilité que Philae ait une panne au bout de  $t$  années.  $a$  est un paramètre qui décrit la qualité du robot. Quelle est la probabilité  $p(x \leq 14)$  qu'une panne survienne lors des 14 années prévues de la mission de Philae ? On attend une réponse sous forme exacte qui dépendra du paramètre de qualité  $a$ .

$$1 - e^{-14a}$$



**Correct** 😊

$x$  suit une loi exponentielle de paramètre  $a$ .

$$\text{Donc } P(x \leq 14) = 1 - e^{-a \times 14}$$

$$P(x \leq 14) = 1 - e^{-14a}$$

À quel ensemble doit appartenir  $a$  si l'on souhaite réduire cette probabilité à au plus 0,015 ? On attend le résultat sous la forme d'un intervalle :  $]0; l]$  avec  $l$  une valeur à déterminer.

$$\left] 0; -\frac{\ln(0,985)}{14} \right]$$



**Correct** 😊

Il faut trouver  $a$  tel que :

$$1 - e^{-14a} \leq 0,015$$

$$-e^{-14a} \leq -0,985$$

$$e^{-14a} \geq 0,985$$

$$\ln(e^{-14a}) \geq \ln(0,985)$$

$$-14a \geq \ln(0,985)$$

$$a \leq -\frac{\ln(0,985)}{14}$$