N° 10039

Soit la suite

$$(u_n) : \begin{cases} u_0 = -5 \\ u_{n+1} = -7 + 8u_n \end{cases}$$

Exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de u_n.

$u_{n+1} - u_n = -7 + 7u_n$

Valider ✔

$u_{n+1} = -7 + 8u_n$

donc on remplace dans $u_{n+1} - u_n = -7 + 8u_n - u_n$

et on simplifie :

$u_{n+1} - u_n = -7 + 7u_n$

Déterminer par récurrence, que pour tout n, $u_n \leq 1$.

Puis en déduire le sens de variation de (u_n).

- ○ (u_n) est croissante.
- ○ (u_n) est décroissante.
- ○ (u_n) n'est ni croissante ni décroissante.

Valider ✔ Suivant ▶

Soit P(n) la propriété $u_n \leq 1$

- Initialisation

$u_0 = -5$ donc $u_0 \leq 1$

la propriété P(n) est vraie pour $n = 0$

- Hérédité

Supposons que la propriété P(n) soit vraie pour un certain entier naturel k

On a $u_k \leq 1$

Montrons qu'alors elle est vraie au rang k+1 c'est à dire $u_{k+1} \leq 1$

$u_k \leq 1$

$8u_k \leq 8$

$-7 + u_k \leq 1$

$u_{k+1} \leq 1$

- Conclusion

Pour tout entier naturel n, $u_n \leq 1$

Conséquence : $7u_n \leq 7$ $\quad -7 + 7u_n \leq 0$ donc $u_{n+1} - u_n \leq 0$ $\quad u_{n+1} \leq u_n$

donc la suite (u_n) est décroissante.