

n°21 p 453 Intervalle de fluctuation

X est une variable aléatoire

$$E(X) = 12$$

$$V(X) = 40$$

1) On résout sur $]0; +\infty[$ (puisque $t \in \mathbb{R}^{+*}$) l'équation

$$\frac{V(X)}{t^2} = 0,4$$

$$\frac{40}{0,4} = t^2$$

$$t^2 = 100$$

$$t = 10$$

$$\mathcal{I}_{]0; +\infty[} = \{10\}$$

2) L'inégalité de Bienaymé-Tchebychev est:

$$P(|X - E(X)| > t) \leq \frac{V(X)}{t^2} \quad \text{où } t \in \mathbb{R}^{+*}$$

On l'énonce demande de donner une majoration de

$$P(|X - 12| > 10)$$

Donc on applique l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev avec $t = 10$

D'où

$$P(|X - 12| > 10) \leq \frac{40}{10^2}$$

$$\underline{P(|X - 12| > 10) \leq 0,4}$$

3) L'événement $X \in [2; 22]$ est représenté en vert ci-dessous:



L'événement $X \in]2; 22[$ est l'événement contraire de $(|X - 12| > 10)$

$$\text{donc } P(X \in]2; 22[) = 1 - P(|X - 12| > 10)$$

On a montré à la question 2) que

$$P(|X - 12| > 10) \leq 0,4$$

$$\text{donc } -P(|X - 12| > 10) \geq -0,4$$

$$1 - P(|X - 12| > 10) \geq 1 - 0,4$$

$$1 - P(|X - 12| > 10) \geq 0,6$$

$$\text{Donc } P(X \in]2; 22[) \geq 0,6$$

$$\text{et comme } P(X \in [2; 22]) \geq P(X \in]2; 22[)$$

$$\text{alors } P(X \in [2; 22]) \geq 0,6$$

Conclusion: Il y a au moins 60% de chances que X soit dans l'intervalle $[2; 22]$.

C'est un intervalle de fluctuation de X au seuil de 0,6