

m24p166

$$f(x) = 3 \cos(2x) - \sin^2(x) = 3 \cos(2x) - (\sin(x))^2$$

1) Montrons que $f(-x) = f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$f(-x) = 3(\cos(-2x)) - (\sin(-x))^2$$

$$f(-x) = 3(\cos(2x)) - (-\sin(x))^2 \quad \text{car la fonction cos est paire et la fonction sin est impaire.}$$

$$f(-x) = 3(\cos(2x)) - (\sin(x))^2$$

$$f(-x) = f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \text{donc } f \text{ est paire.}$$

On déduit que sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe (Oy).

2) Montrons que $f(x+\pi) = f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$f(x+\pi) = 3 \cos(2(x+\pi)) - (\sin(x+\pi))^2$$

$$f(x+\pi) = 3 \cos(2x+2\pi) - (-\sin(x))^2$$

(car $\sin(x+\pi) = -\sin(x)$
pour tout réel x)

$$f(x+\pi) = 3 \cos(2x) - (\sin(x))^2 \quad \text{car la fonction cos est périodique de période } 2\pi.$$

$$f(x+\pi) = f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

On en déduit que f est périodique de période π .

On en déduit qu'un motif de largeur π de la courbe représentative se répète indéfiniment.

3) On trace la courbe de $y_1 = 3 \cos(2x) - (\sin(x))^2$

• Choix de la fenêtre en horizontal:

On veut par exemple visualiser la courbe sur 2 périodes soit 2π

$$\text{Choisissons } x_{\min} = -\pi \\ x_{\max} = \pi$$

• Choix de la fenêtre en vertical: $-3 \leq 3 \cos(\cdot) \leq 3$
et $0 \leq \sin^2(\cdot) \leq 1$ donc f peut évoluer entre -4 et 3

$$\text{Choisissons } y_{\min} = -4 \\ y_{\max} = 3$$

On observe bien une courbe qui est symétrique par rapport à (Oy) qui a 2 motifs qui évolue entre -4 et 3 (13)