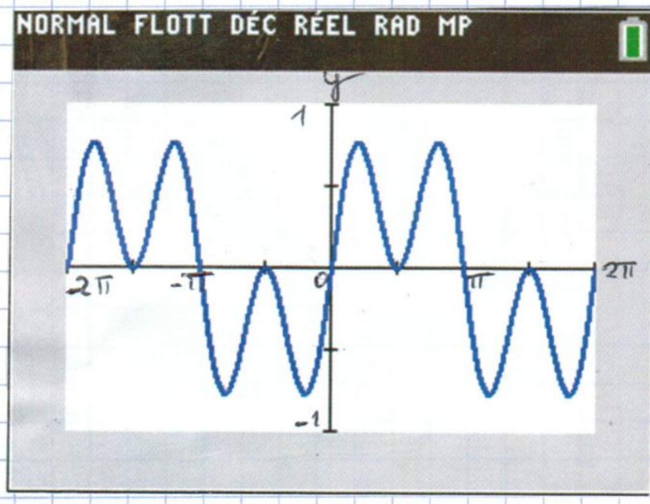
n°22 p166

$f(x) = \sin(2x)\cos(x)$

1) a)



b) . Il semble que f est impaire (la courbe $\mathcal{C}_f$ est symétrique par rapport à O)
. Il semble que f soit périodique de période 2π.

2) Démontrons que f est impaire.
Montrons que $f(-x) = -f(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$

$f(-x) = \sin(-2x)\cos(-x)$
$f(-x) = -\sin(2x)\cos(x)$
$f(-x) = -f(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$ donc f est impaire.

Démontrons que f est périodique de période 2π.
Montrons que $f(x+2\pi) = f(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$

$f(x+2\pi) = \sin(2(x+2\pi))\cos(x+2\pi)$
$f(x+2\pi) = \sin(2x+4\pi)\cos(x+2\pi)$
$f(x+2\pi) = \sin(2x)\cos(x)$ car les fonctions sin et cos sont périodiques de période 2π.

$f(x+2\pi) = f(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$

Conclusion : f est périodique de période 2π.