Chapitre 5

Géométrie repérée – COURS

[1. Rappels sur les droites 2](#_Toc16591812)

[2. Equation d’une droite à l’aide d’un vecteur normal 3](#_Toc16591813)

[*Méthode : Déterminer une équation de droite connaissant un point et un vecteur normal* 4](#_Toc16591814)

[*Méthode : Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d’un point sur une droite* 4](#_Toc16591815)

[*Méthode : Utiliser un repère pour étudier une configuration* 5](#_Toc16591816)

[3. Equation d’un cercle 6](#_Toc16591817)

[3.1 Cercle défini par centre et rayon 6](#_Toc16591818)

[*Méthode : Déterminer et utiliser l’équation d’un cercle donné par son centre et son rayon.* 6](#_Toc16591819)

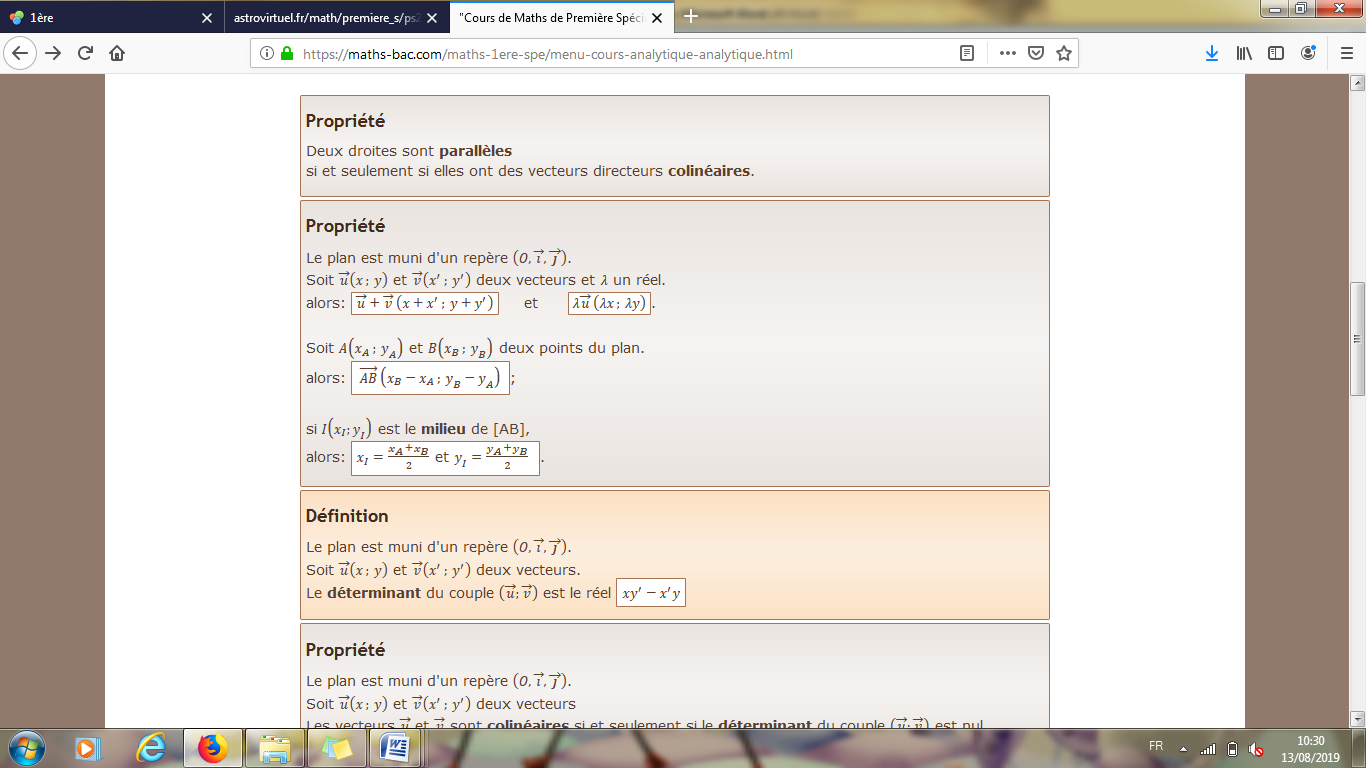
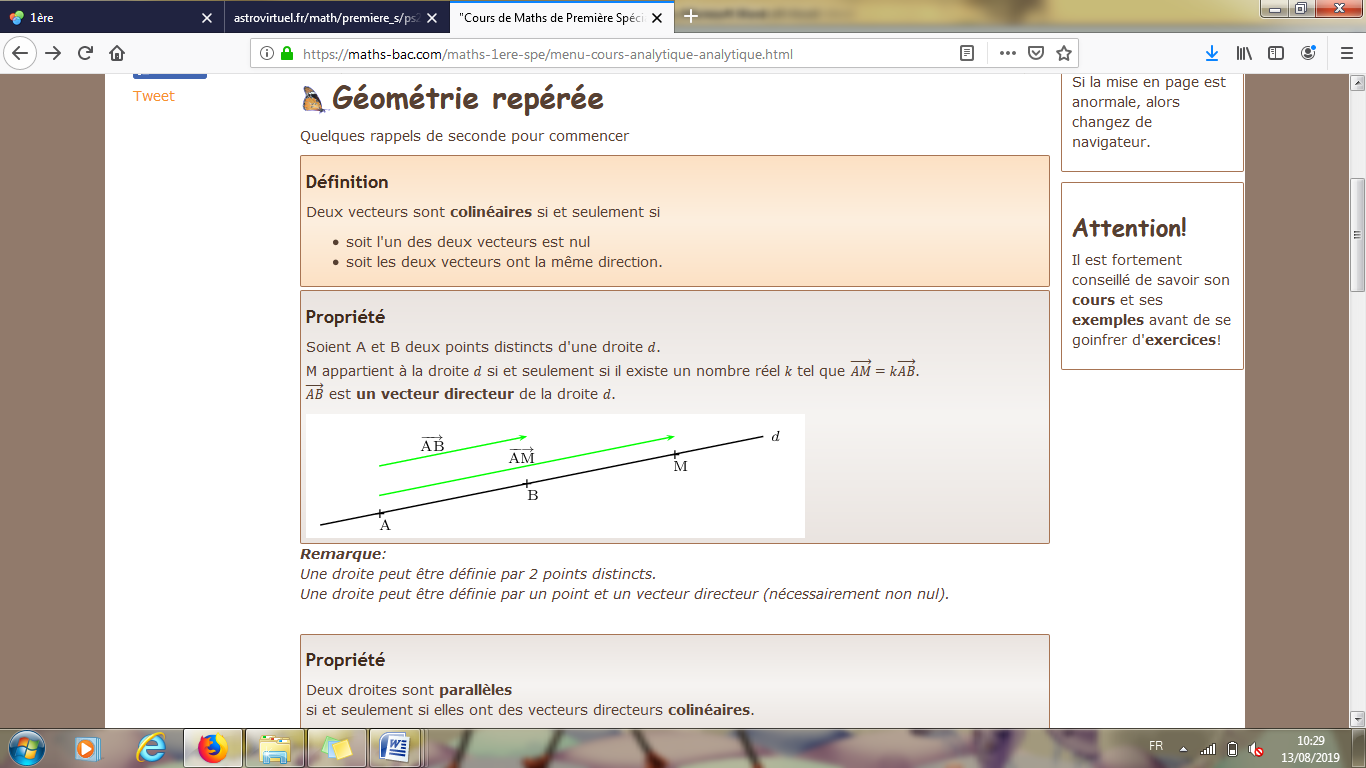
[*Méthode : Reconnaître une équation de cercle, déterminer centre et rayon.* 7](#_Toc16591820)

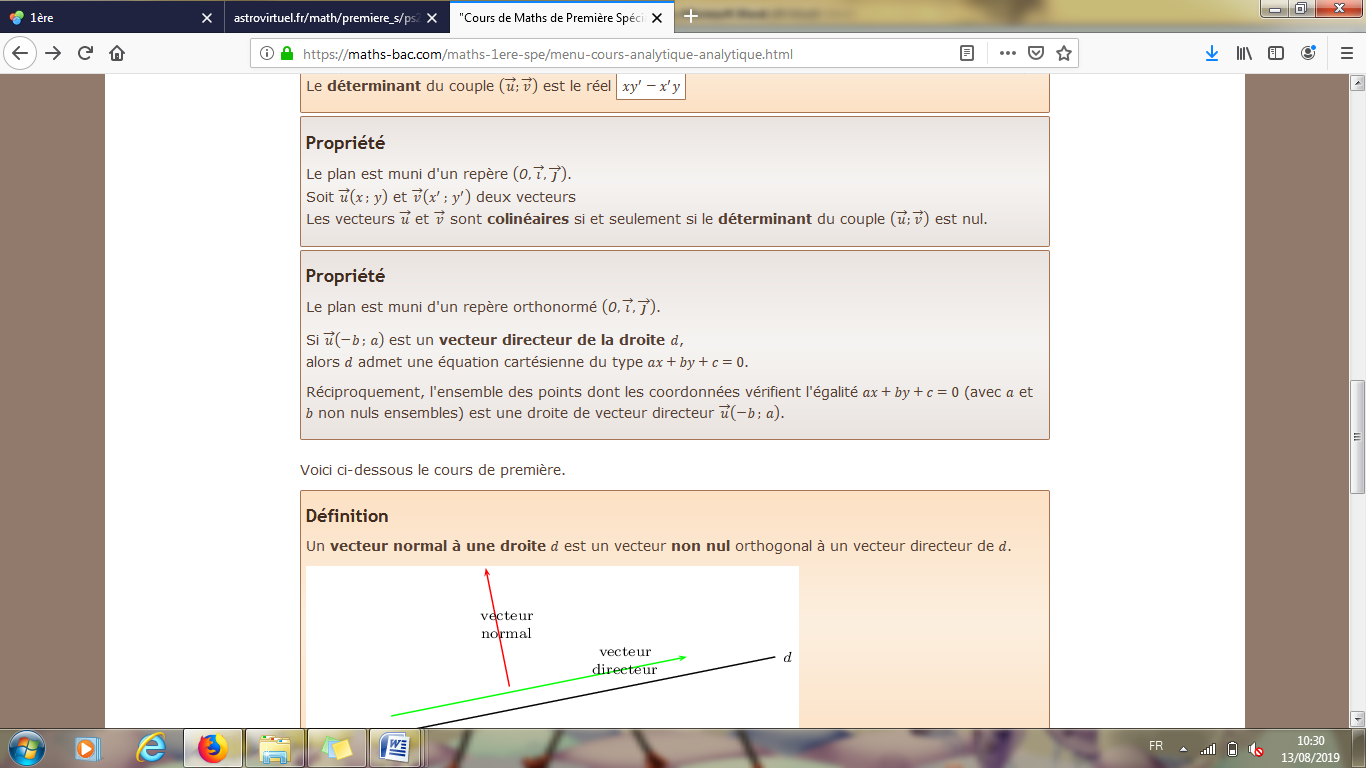
[*Méthode : Utiliser un repère pour étudier une configuration* 8](#_Toc16591821)

[3.2 Cercle défini par un diamètre 9](#_Toc16591822)

[4. Equation d’une parabole 9](#_Toc16591823)

# Rappels sur les droites

****

****

# Equation d’une droite à l’aide d’un vecteur normal

Le plan est muni d’un repère orthonormé .

***Définition :***

Un vecteur normal à une droite est **un vecteur non nul et orthogonal** à tout vecteur directeur de .

|  |  |
| --- | --- |
| ***Exemple :***  est un vecteur normal à la droite |  |

***Propriétés :***

|  |
| --- |
| Soit une droite et soit un vecteur non nul.   * Si est un vecteur normal à , alors tout vecteur non nul colinéaire à est un vecteur normal à . * Tout vecteur normal à est orthogonal à tout vecteur directeur de . |

***Propriété :***

Soit une droite passant par un point et de vecteur normal .

Un point appartient à si et seulement si :

|  |  |
| --- | --- |
| ***Exemple :***  Soit la droite passant par le point et de vecteur normal .  Soit le point  Le point appartient donc à |  |

***Propriété :***

Soit une droite de vecteur normal .

Alors une équation cartésienne de s’écrit :

Réciproquement :

Si et ne sont pas tous les deux nuls simultanément, alors l’équation est l’équation d’une droite de vecteur normal .

## *Méthode : Déterminer une équation de droite connaissant un point et un vecteur normal*

#### Énoncé

Dans un repère orthonormé du plan, on considère la droite *d* passant par le point et dont un vecteur normal est le vecteur .

***Déterminer une équation cartésienne de la droite d.***

#### Solution

Comme est un vecteur normal de *d*, une équation cartésienne de *d* est de la forme .

Le point appartient à la droite *d*, donc : et donc : .

Une équation cartésienne de *d* est : .

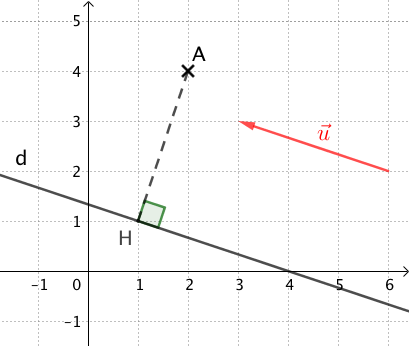
## *Méthode : Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d’un point sur une droite*

#### Énoncé

Soit la droite *d* d’équation : et le point de coordonnées

***Déterminer les coordonnées du point , projeté orthogonal de sur la droite d.***

#### Solution

* On commence par déterminer une équation de la droite  :

Comme *d* et sont perpendiculaires, un vecteur directeur de *d* est un vecteur normal de .

Une équation cartésienne de *d* est : ,

donc le vecteur est un vecteur directeur de *d*.

Et donc est un vecteur normal de .

Une équation de est de la forme : .

Or, le point appartient à , donc ses coordonnées vérifient l’équation de la droite.

On a : soit : .

Une équation de est donc : .

* H est le point d’intersection de *d* et , donc ses coordonnées vérifient les équations des deux droites.

Résolvons alors le système :

, soit , soit encore ,

soit enfin

et donc

Le point , projeté orthogonal de sur la droite *d*, a pour coordonnées .

## *Méthode : Utiliser un repère pour étudier une configuration*

|  |  |
| --- | --- |
| Exemple : Soit les points , et dans le plan rapporté à un repère orthonormé . Déterminer une équation de la hauteur issue de dans le triangle . Réponse :  * est la droite perpendiculaire à la droite passant par .   Donc est un vecteur normal à la droite .  On a . Donc une équation de est :  . |  |

* On détermine en remplaçant et par les coordonnées du point qui est sur  :

Conclusion : a comme équation cartésienne :

# Equation d’un cercle

## Cercle défini par centre et rayon

Le plan est muni d’un repère orthonormé .

***Propriété et définitions :***

Soit un point.

Le cercle de centre et de rayon est l’ensemble des points tels que :

On en déduit la propriété suivante :

Un point appartient au cercle de centre et de rayon si et seulement si :

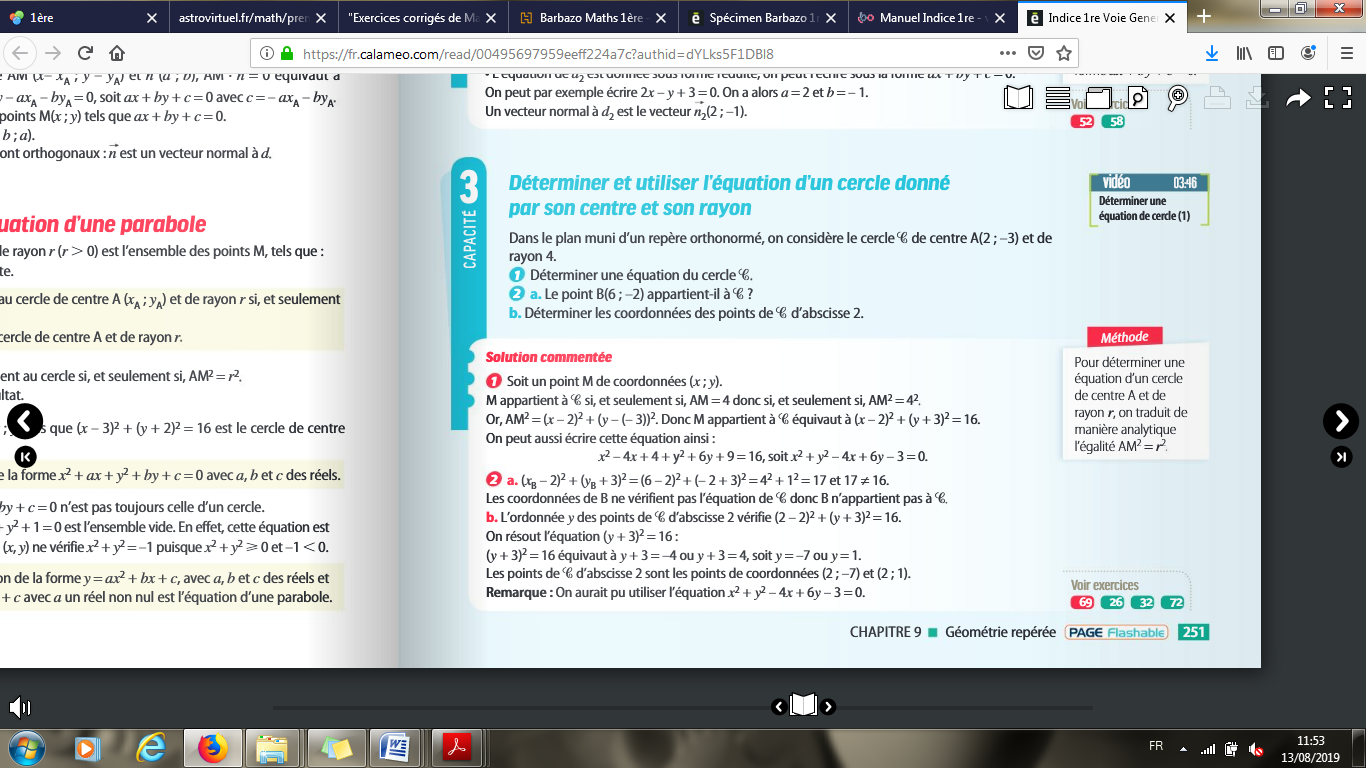
Cette équation est appelée équation cartésienne du cercle .

## *Méthode : Déterminer et utiliser l’équation d’un cercle donné par son centre et son rayon.*

|  |  |
| --- | --- |
| ***Exemple 1 :***  Soit les points et dans le plan rapporté à un repère orthonormé . Déterminer une équation du cercle de centre passant par .  *Réponse :*  équivaut successivement à : |  |

Conclusion : Le cercle a comme équation

***Exemple 2 :***



## *Méthode : Reconnaître une équation de cercle, déterminer centre et rayon.*

On écrit le polynôme en comme début d’une identité remarquable.

De même pour le polynôme en .

Puis on met sous la forme

***Exemple 1 :***

Déterminer l’ensemble des points vérifiant l’équation .

*Réponse :*

est le début de

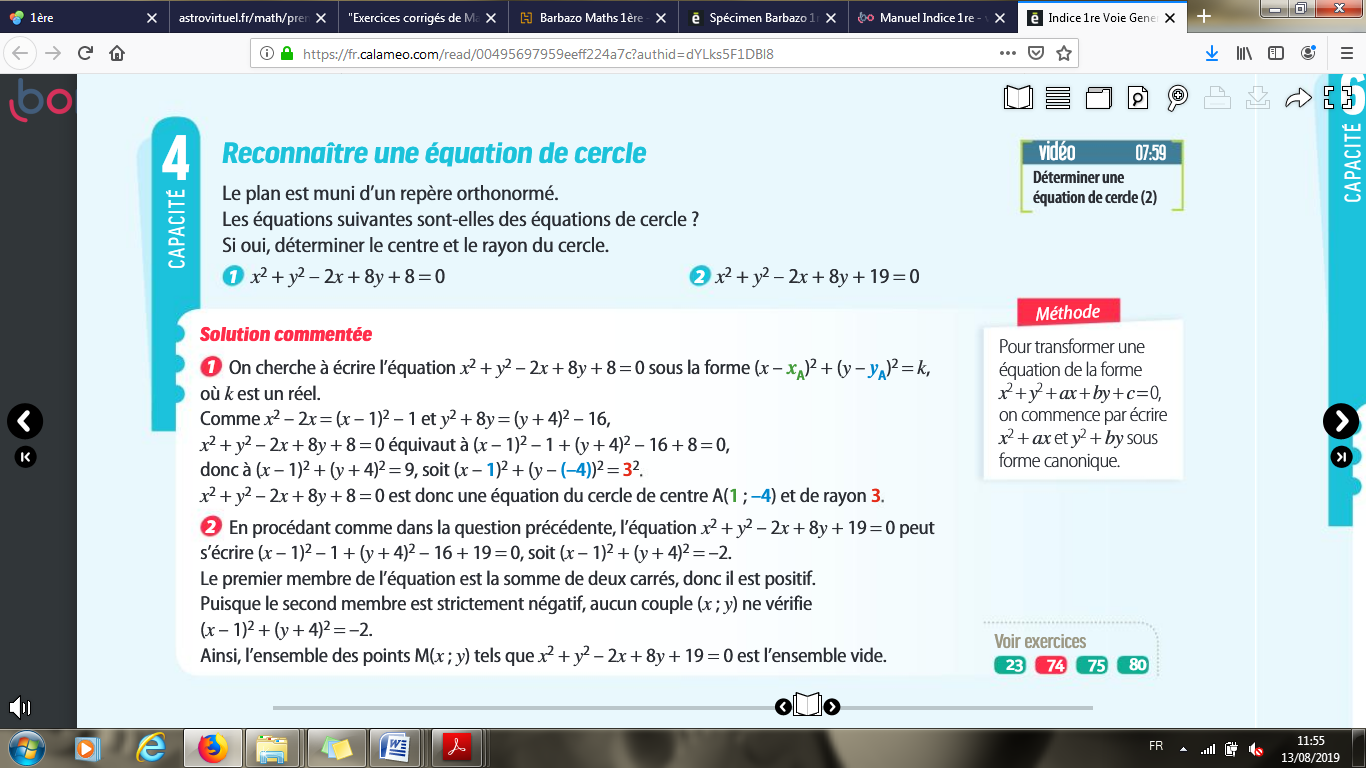
est le début de

équivaut successivement à :

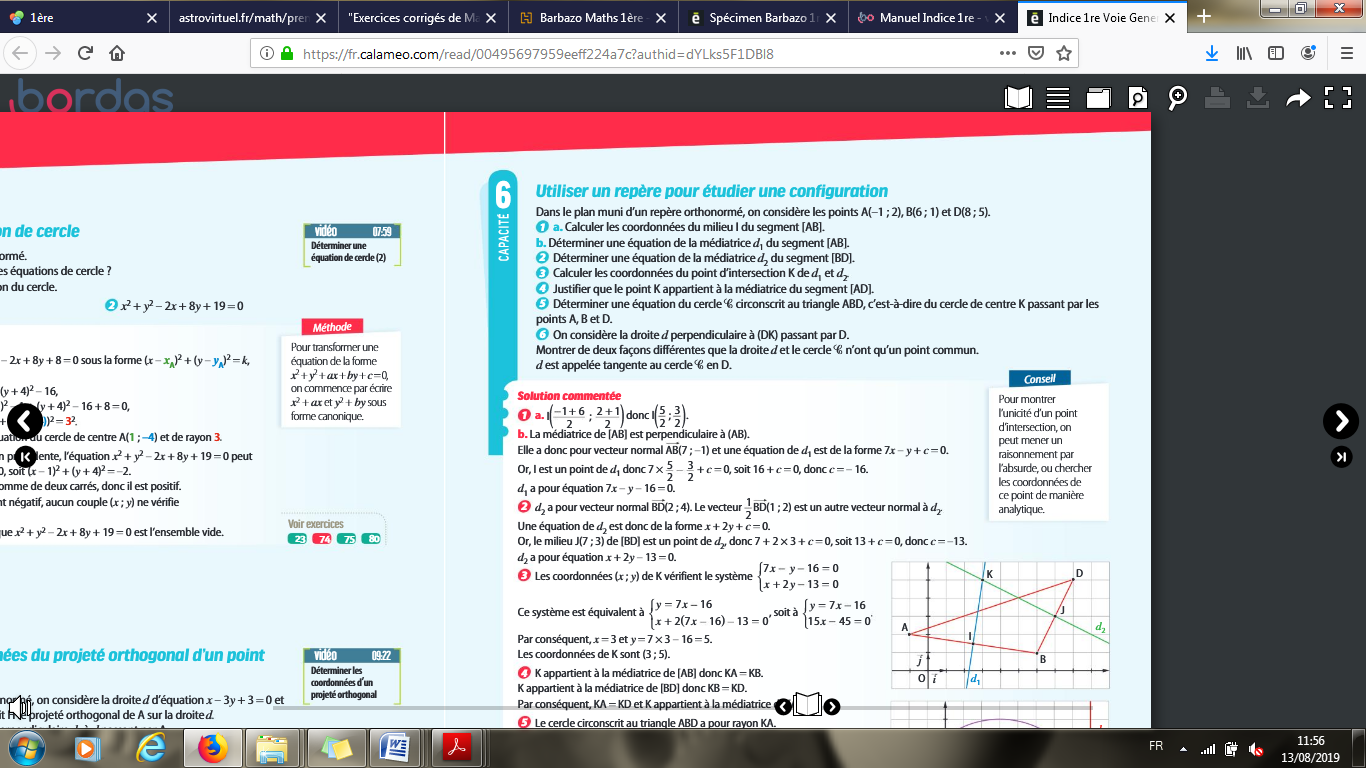
Conclusion :

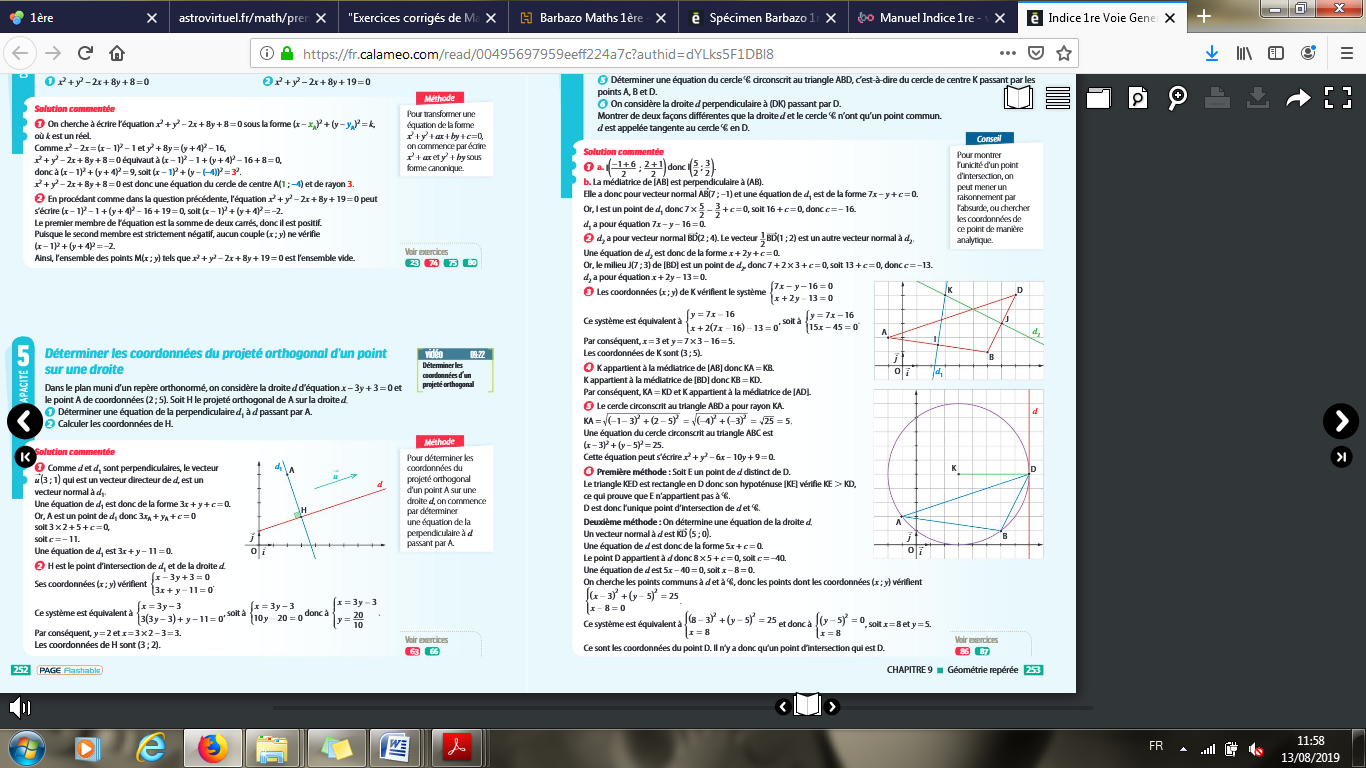
l’ensemble est le cercle de centre et de rayon .

***Exemple 2 :***



## *Méthode : Utiliser un repère pour étudier une configuration*





## Cercle défini par un diamètre

***Propriété :***

Un point appartient au cercle de diamètre et seulement si :

|  |  |
| --- | --- |
| ***Exemple :***  Soit les points et dans le plan rapporté à un repère orthonormé . Déterminer une équation du cercle de diamètre .  *Réponse :*  équivaut successivement à : |  |

Conclusion :

Le cercle de diamètre a comme équation

# Equation d’une parabole

***Définition et propriété :***

|  |
| --- |
| Soient et trois réels donnés tels que : .  Soit une fonction polynôme du second degré définie, pour tout réel , par : .  La courbe représentative de la fonction , qui a pour équation : , est une **parabole**.  Cette courbe admet :   * pour axe de symétrie la droite d’équation : * pour sommet le point  : |

