N°9811

N°9811 : Etude de fonctions (ax²+bx+c)*exp(mx+p) (avec a,b,c,m,p appartenant à Z \ {0}) Ouvrir l'exercice Supprimer du de

Soit la fonction f définie ci-dessous :

$$f : x \mapsto (9x^2 - 6x - 79)\, e^{3x+6}$$

Déterminer la dérivée de f.

$$e^{3x+6}(27x^2 - 243)$$

Correct

justification $f = uv$ avec $u(x) = 9x^2 - 6x - 79$ $u'(x) = 18x - 6$

$v(x) = e^{3x+6}$ $v'(x) = 3e^{3x+6}$

$f'(x) = (18x-6)e^{3x+6} + (9x^2-6x-79)(3e^{3x+6})$

$f'(x) = e^{3x+6}(18x - 6 + 27x^2 - 18x - 237) = \underline{e^{3x+6}(27x^2-243)}$

Donner l'ensemble des solutions de $f'(x) \leq 0$.

$$[-3;3]$$

Correct

justification
- Signe de e^{3x+6} toujours strictement positif
- Signe de $27x^2 - 243$

  C'est un polynôme du second degré qui se factorise en $27(x^2-9) = 27(x-3)(x+3)$

D'où le tableau de signes: $f'(x) = e^{3x+6} \times 27(x-3)(x+3)$

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
signe de e^{3x+6}		+		+		+	
signe de 27		+		+		+	
signe de $x-3$		−		−	0	+	
signe de $x+3$		−	0	+		+	
signe de $f'(x)$		+	0	−	0	+	

Pour le tableau de variation:
- Calcul de la valeur exacte du maximum $f(-3)$

  $f(-3) = (9(-3)^2 - 6(-3) - 79)e^{3(-3)+6} = \underline{20e^{-3}}$
- Calcul de la valeur exacte du minimum $f(3)$

  $f(3) = (9(3)^2 - 6(3) - 79)e^{3(3)+6} = \underline{-16e^{15}}$

Compléter le tableau de variation de f.

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
f		↗	$20e^{-3}$	↘	$-16e^{15}$	↗	

Correct