

Soit (v_n) , la suite définie par

$$(u_n) : \begin{cases} u_1 = 7 \\ \forall n \geq 1, u_{n+1} = -6 + u_n \end{cases}$$

$$(v_n) : v_n = \sum_{k=1}^n u_k$$

Exprimer v_n en fonction de n .

la suite (u_n) est arithmétique | de premier terme $u_1 = 7$
| de raison $r = -6$

la suite (v_n) est définie à partir de la suite (u_n)
par $v_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

v_n est donc la somme des $n+1$ premiers termes d'une suite arithmétique.

On utilise la formule du cours:

$$v_n = \frac{(1^{\text{er}} \text{ terme} + \text{dernier terme}) \times \text{nombre de termes}}{2}$$

$$\text{d'où } v_n = \frac{(u_1 + u_n) \times n}{2}$$

la suite (u_n) est arithmétique, donc $u_n = u_1 + (n-1)r$

$$u_n = 7 + (n-1) \times -6$$

$$u_n = 7 - 6n + 6$$

$$u_n = -6n + 13$$

On remplace u_n dans l'expression de v_n :

$$v_n = \frac{(u_1 - 6n + 13) \times n}{2}$$

On remplace u_1 par 7:

$$v_n = \frac{(7 - 6n + 13) \times n}{2}$$

$$v_n = \frac{(-6n + 20) \times n}{2}$$

$$v_n = (-3n + 10) \times n$$

$$v_n = -3n^2 + 10n$$