Avant de commencer, se tester avec...

...des QCM

➤ **Pour vous aider, voir les rappels p. 382**

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

➤ Utiliser des exposants

	A	B	C	D
1 $5^n - 5^{n+2}$ est égal à	$\frac{5^n}{5^{n+2}}$	-24×5^n	$5^{\frac{n}{n+2}}$	$5^n(5^0 - 5^2)$
2 $3^n + 2 \times 5^n$ est égal à	$5^n\left(\left(\frac{3}{5}\right)^n + 2\right)$	$5^n(3+2)$	$3^n + 10^n$	$3^n\left(1 + 2\left(\frac{5}{3}\right)^n\right)$
3 $\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n}{\left(\frac{1}{3}\right)^n}$ est égal à	$\frac{3^n - 1}{3^n}$	1	$\left(\frac{1}{3}\right)^n$	$3^n - 1$

➤ Calculer les termes d'une suite et trouver son sens de variation

4 Si la suite u est définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 2(u_n)^2 + u_n$, alors	$u_1 = 5$	$u_2 = 210$	la suite u est croissante	la suite u est décroissante
5 Si la suite u est définie par $u_n = -3n^2 - n + 1$, alors	$u_{n+1} = -3n^2 - 7n - 3$	$u_{n+1} = -3n^2 - 7n - 1$	la suite u est croissante	la suite u est décroissante
6 Si la suite u est définie par $u_n = \frac{(-3)^n}{n}$, alors	$u_2 = -\frac{9}{2}$	$u_{n+1} = -3 \times \frac{(-3)^n}{n+1}$	la suite u est décroissante	la suite u n'est pas monotone

➤ Reconnaître si une suite est arithmétique ou géométrique

7 Quelle(s) suite(s) (u_n) est (sont) géométrique(s) ?	$u_n = \frac{2 \times 3^n}{7^{n-1}}$	$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right)u_n \end{cases}$	$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = -u_n \end{cases}$	$u_n = (n+1)^2$
8 Quelle(s) suite(s) (u_n) est (sont) arithmétiques(s) ?	$u_n = n^2 + 3$	$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2 - u_n \end{cases}$	$u_n = \frac{3}{4}n - 3$	$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$
9 Si la suite (u_n) est définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$, alors	(u_n) est une suite géométrique	(u_n) est une suite arithmétique	(u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique	la suite (v_n) telle que $v_n = u_n + 1$ est géométrique

➤ **Voir les réponses, p. 420**

...des exercices

10 Écrire $2^{n+3} - 2^{n+1} + 2^n$ sous la forme d'un produit. 7×2^n

11 Soit la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n, par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = -2u_n + 1$.

1. Démontrer que la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - \frac{1}{3}$ est une suite géométrique. $V_0 = \frac{2}{3}$ $q = -2$

2. Exprimer v_n en fonction de n puis u_n en fonction de n. $v_n = \frac{2}{3}(-2)^n$ et $u_n = \frac{1}{3}(1 + 2(-2)^n)$

12 Soit la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n, par $u_n = 5n - 4$.
Déterminer un réel n_0 à partir duquel tous les termes u_n sont supérieurs à 1 000.

$5n - 4 > 1000$

➤ **Voir les réponses, p. 420**

$n > 200{,}8$

$n_0 = 201$

<u>Chapitre 1</u> :

RAISONNEMENT PAR RÉCURRENCE SUITES ET FONCTIONS

QCM p 8

① $A = 5^n - 5^{n+2}$
$A = 5^n(1 - 5^2)$
$A = 5^n \times (-24)$

$A = 5^n - 5^{n+2}$
$A = 5^n(5^0 - 5^2)$

B _ D

② $B = 3^n + 2\times 5^n$
$B = 5^n\left(\frac{3^n}{5^n} + 2\right)$
$B = 5^n\left[\left(\frac{3}{5}\right)^n + 2\right]$

$B = 3^n + 2\times 5^n$
$B = 3^n\left(1 + 2\times\frac{5^n}{3^n}\right)$
$B = 3^n\left[1 + 2\left(\frac{5}{3}\right)^n\right]$

A _ D

③ $C = \dfrac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{\left(\frac{1}{3}\right)^n}$

D

$C = \dfrac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^n} - 1$

$C = \dfrac{1}{\frac{1^n}{3^n}} - 1$

$C = 3^n - 1$

④ $u_0 = 2$
$u_1 = 2u_0^2 + u_0$
$u_1 = 2\times 2^2 + 2$
$u_1 = 10$

$u_2 = 2u_1^2 + u_1$
$u_2 = 2\times 10^2 + 10$
$u_2 = 210$

$\forall n \in \mathbb{N}$ $\quad u_{n+1} - u_n = 2(u_n)^2$

B _ C

$u_{n+1} - u_n \geq 0$
donc (u_n) est croissante

⑤ $\forall n \in \mathbb{N}$ $\quad u_{n+1} = -3(n+1)^2 - (n+1) + 1$
$u_{n+1} = -3n^2 - 6n - 3 - n - 1 + 1$
$u_{n+1} = -3n^2 - 7n - 3$

A _ D

$\forall n \in \mathbb{N}$ $\quad u_{n+1} - u_n = -3n^2 - 7n - 3 + 3n^2 + n - 1$
$u_{n+1} - u_n = -6n - 4$
$u_{n+1} - u_n < 0$
donc (u_n) est décroissante

⑥ $\forall n \in \mathbb{N}^*$ $\quad u_n = \dfrac{(-3)^n}{n}$

$u_1 = \dfrac{-3}{1}$
$u_1 = -3$

$u_2 = \dfrac{(-3)^2}{2}$
$u_2 = \dfrac{9}{2}$

$\forall n \in \mathbb{N}^*$ $\quad u_{n+1} = \dfrac{(-3)^{n+1}}{n+1}$

$u_{n+1} = -3 \times \dfrac{(-3)^n}{n+1}$

B _ D

$\forall n \in \mathbb{N}^*$ u_n et u_{n+1} sont de signe opposé donc la suite (u_n) n'est pas monotone

(7) $\forall n \in \mathbb{N}$ $\quad u_n = \dfrac{2 \times 3^n}{7^{n-1}}$

$u_n = \dfrac{7 \times 2 \times 3^n}{7 \times 7^{n-1}}$

$u_n = 14 \times \left(\dfrac{3}{7}\right)^n$

A _ C

(u_n) suite géométrique $u_0 = 14$ et $q = \dfrac{3}{7}$

une suite (u_n) géométrique est définie par $\begin{cases} u_0 \\ u_{n+1} = q u_n \end{cases}$

avec $q \in \mathbb{R}$.

$\forall n \in \mathbb{N}$ $\quad u_{n+1} = (n+2)^2$ $\qquad u_n = n^2 + 2n + 1$

$u_{n+1} = n^2 + 4n + 4$

$u_0 = 1^2$ $\qquad u_1 = 2^2$ $\qquad u_2 = 3^2$ $\qquad \dfrac{u_1}{u_0} = 4$ $\qquad \dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{9}{4}$

$u_0 = 1$ $\qquad u_1 = 4$ $\qquad u_2 = 9$

donc la suite (u_n) n'est pas géométrique.

(8) une suite (u_n) est arithmétique si $u_n = u_0 + nr$

ou $\begin{cases} u_0 \\ u_{n+1} = u_n + r \end{cases}$ avec $r \in \mathbb{R}$

C

(9) $u_0 = 1$ $\qquad u_1 = 3$

$u_{n+1} = 2u_n + 1$ $\qquad u_2 = 7$

$u_1 - u_0 = 3 - 1 = 2$ $\qquad (u_n)$ n'est pas arithmétique

$u_2 - u_1 = 7 - 3 = 4$

$\dfrac{u_1}{u_0} = 3$ $\qquad \dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{7}{3}$ $\qquad (u_n)$ n'est pas géométrique

$\forall n \in \mathbb{N}$ $\quad v_{n+1} = u_{n+1} + 1$

$v_{n+1} = 2u_n + 1 + 1$

$v_{n+1} = 2(u_n + 1)$

$v_{n+1} = 2v_n$

C _ D

(v_n) est une suite géométrique de raison $q = 2$

n 2)